AGUJEROS NEGROS "EXACTOS" EN TEORÍA DE CUERDAS CON CAMPOS DE YANG-MILLS $SU(2) \times U(1)$

R. KALLOSH
(STANFORD U.)
T. O.
(QUEEN MARY & W. COLLEGE)
ACEPTADO EN P. R. D15

I – INTRODUCCIÓN - MOTIVACIÓN

1.– TEORÍA DE CUERDAS A BAJAS ENERGÍAS
- ACCIÓN EFECTIVA
- CORRECCIONES EN α', MECANISMO DE GREEN-SCHWARZ
- SUPERSIMETRÍA
- COMPACTIFICACIÓN A 4 DIMENSIONES

2.– AGUJEROS NEGROS DILATÓNICOS
- EXTREMALIDAD Y SUPERSIMETRÍA
- DUALIDAD ELÉCTRICA-MAGNÉTICA
- EL AGUJERO NEGRO DILATÓNICO PURAMENTE MAGNÉTICO

II – PROMOCIÓN A SOLUCIÓN EXACTA

1.– IDEA GENERAL

2.– DE 4 A 10 DIMENSIONES

3.– EL COMPLEMENTO DE Y-M
- SUPERSIMETRÍA
- ECUACIÓN DE BOGOMOLNYI (MONOPOLOS-SOLITONES)

4.– EXACTITUD

5.– DE VUELTA A 4 DIMENSIONES

MOTIVOS :

* AGUJEROS NEGROS COMO PARTÍCULAS ELEMENTALES (WILCZEK, DUFF, HULL, TOWNSEND, ... Y OTROS ANTES)

(LAS EXCITACIONES DE LA CUERDA TIENEN MASAS DEL ORDEN DE M_P)

- LOS AGUJEROS NEGROS EXTREMOS COMO SOLITONES
- EN GR NO SE CONOCEN SOLUCIONES DE EINSTEIN + Y-M NO ABELIANO EN FORMA ANALÍTICA

I-1 LA TEORÍA DE CUERDAS A BAJAS ENERGÍAS

LA PROPAGACIÓN DE UNA CUERDA EN UN ESPACIO DOTADO DE

- MÉTRICA $g_{\mu\nu}$
- AXIÓN $B_{\mu\nu}$ $(= -B_{\nu\mu})$ (DIMENSIÓN D)
- DILATÓN ϕ

ESTÁ REGIDA POR EL MODELO σ

$$S = \alpha' \int d^2\sigma \sqrt{h} \left[(g_{\mu\nu} + B_{\mu\nu}) h^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu + \phi \, {}^{(2)}R \right]$$

(+ FERMIONES)

$1/\alpha'$ ~ TENSIÓN DE LA CUERDA

$\Rightarrow$ $\alpha' \to 0$ EQUIVALE A: CUERDA $\to$ PARTÍCULA(S)

EN ESTE LÍMITE SE PUEDE DESCRIBIR LA CUERDA POR UNA TEORÍA EFECTIVA DE CAMPOS DE LOS MODOS SIN MASA.

OTRO P. DE V.: IMPONER INVARIANCIA CONFORME ES IMPONER LAS ECUACIONES $\beta(g, B, \phi) = 0$. LA ACCIÓN DE LA QUE SE PUEDEN DERIVAR ESTAS ECUACIONES ES LA...

$\longrightarrow$

ACCIÓN EFECTIVA DE LA TEORÍA DE CUERDAS A BAJAS ENERGÍAS

$$S = \frac{1}{2}\int d^Dx\sqrt{-g}\, e^{-2\phi}\left[-R(\omega)+4(\partial\phi)^2-\frac{3}{4}H^2+\mathcal{O}(\alpha')\right]$$

$$H_{\mu\nu\rho} = \partial_{[\mu}B_{\nu\rho]}$$ "TORSIÓN"

- $g_{\mu\nu}$ NO ES LA MÉTRICA DE EINSTEIN, SINO QUE

$$g^E_{\mu\nu} = e^{-2\phi} g_{\mu\nu}$$

- D DEPENDE DE LA TEORÍA QUE SE ESTÉ CONSIDERANDO

$D = 26, 10 \leftarrow$ HETERÓTICA

$\uparrow$ BOSÓNICA

Y DE LA COMPACTIFICACIÓN QUE SE HAGA

$$g^D = \left(\begin{array}{c|c} g^{D'} & 0 \\ \hline 0 & -\mathbb{I} \end{array}\right) \qquad D' < D$$

- LA FORMA DE LAS CORRECCIONES EN α' DEPENDE DE LA TEORÍA QUE SE ESTÉ CONSIDERANDO:

HETERÓTICA 1) "IMPLÍCITAS"

$$\Omega^{(0)\,ab}_{\pm\mu} = \omega_\mu{}^{ab} \mp \frac{3}{2} H^{(0)}_\mu{}^{ab}$$

$$H^{(1)} = \partial B + \alpha'\left[\omega^{CS}_{YM} - \omega^{CS}_L(\Omega^{(0)}_-)\right]$$

$$\Omega^{(1)}_\pm = \omega \mp \frac{3}{2} H^{(1)}$$

$$H^{(2)} = \partial B + \alpha'\left[\omega^{CS}_{YM} - \omega^{CS}_L(\Omega^{(1)}_-)\right]$$ ETC.

2) EXPLÍCITAS : TENSORES "T"

$$V_{g\,\lambda}^{\gamma} : \frac{1}{2} T = \alpha' \left[R_{\mu\lambda}{}^{ab}(\Omega_-) R^{\mu\lambda}{}_{ba}(\Omega_-) - \underbrace{\mathrm{tr}\, F_{\mu\lambda} F^{\mu\lambda}}_{Y\text{-}M} \right]$$

EN LA COMPACTIFICACIÓN PUEDEN APARECER CAMPOS VECTORIALES

PERO - SON DE OTRO ORDEN EN α'
- SON PARTE DEL SUPERMULTIPLETE DE GRAVEDAD

A PRIMER ORDEN EN α' ESTA ACCIÓN COINCIDE CON

$$\boxed{N=1,\ D=10 \text{ SUGRA} + Y\text{-}M + \text{GREEN-SCHWARZ MECHANISM}}$$

N=1 D=10 SUGRA + Y-M RULES

$$\begin{cases} \delta_\varepsilon \psi_\mu = \nabla_\mu^{(+)} \varepsilon \\ \delta_\varepsilon \Lambda = \left[\partial\!\!\!/ \phi + \frac{1}{4} H\!\!\!/ \right] \varepsilon \qquad ; \qquad H = \partial B + \alpha' \omega^{cs}_{YM} \\ \delta_\varepsilon \lambda = F\!\!\!/ \varepsilon \end{cases}$$

$$\nabla_\mu^{(+)} \varepsilon = \partial_\mu \varepsilon - \frac{1}{4} \Omega_{\mu +}{}^{ab} \gamma_{ab} \varepsilon$$

COMPACTIFICACIÓN A 4 DIMENSIONES

LA COMPACTIFICACIÓN DE SUGRA $N=1$, $D=10$ A 4 DIMENSIONES DA ORIGEN A LA TEORÍA SUGRA $N=4$ $D=4$ (*)

CUYOS CAMPOS SON $\{g_{\mu\nu}, B_{\mu\nu}, \phi, A^i_\mu\}$ $i=1,\dots,6$

$$S=\frac{1}{2}(V)\int d^4x\sqrt{g}\, e^{-2\phi}\left[-R+4(\partial\phi)^2-\frac{3}{2}H^2+F^i_{\mu\nu}F^{i\mu\nu}\right]$$

+6 VECTORES EXTRA

— EN $D=4$ UNA 3-FORMA SE PUEDE REPRESENTAR COMO UNA 1-FORMA (DUALIDAD)

¡OJO!

$$H=\partial B+\omega^{CS}(A^i)={*d a}$$

$$\to S^{(E)}=\frac{1}{2}(V)\int d^4x\sqrt{-g}\left[-R-\frac{\partial\lambda\partial\bar{\lambda}}{(\mathrm{Im}\,\lambda)^2}+F^i\tilde{F}^i\right]$$

$$\begin{cases}\lambda = a+ie^{-2\phi}\\ \tilde{F}=e^{-2\phi}F+ia{*F}\end{cases}$$

$\begin{cases}\text{DUALIDAD-S} & \text{MANIFIESTA EN ESTA ACCIÓN}\\ \text{DUALIDAD-T} & \text{“MANIFIESTA” EN LA ACCIÓN CON } B\end{cases}$

(*) CHAMSEDDINE

RELACIÓN ENTRE CAMPOS EN 4 Y 10 DIMENSIONES

SIMPLIFICACIÓN: SÓLO UNA DIMENSIÓN DE LAS COMPACTIFICADAS ES NO-TRIVIAL $\quad x = x^4$

$$g^{(10)} = \left(\begin{array}{c|c} g^{(5)} & 0 \\ \hline 0 & \mathbb{I}_{5\times 5} \end{array}\right) \qquad B^{(10)} = \left(\begin{array}{c|c} B^{(5)} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{l|l} g^{(10)}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - k^2 A_\mu A_\nu\,; & B^{(10)}_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} + A_{[\mu} B_{\nu]}\,; \\ g^{(10)}_{\underline{x}\nu} = -k^2 A_\nu\,; & B^{(10)}_{\underline{x}\nu} = B_\nu\,; \\ g^{(10)}_{\underline{x}\underline{x}} = -k^2;\ g^{(10)}_{IJ} = -\delta_{IJ}\,; & \phi^{(10)} = \phi + \frac{1}{2}\log k\,; \end{array}}$$

$$\begin{cases} D_\mu = \frac{1}{2}\left(A_\mu - B_\mu\right) & \text{VECTOR DE "MATERIA"} \\ V_\mu = \frac{1}{2}\left(A_\mu + B_\mu\right) & \text{VECTOR DE "SUPERGRAVEDAD"} \end{cases}$$

→ SI EN $D=4$ TENEMOS UN SÓLO VECTOR Y LO IDENTIFICAMOS CON UNO DE SUPERGRAVEDAD $\quad \boxed{D_\mu = 0 \Rightarrow A_\mu = B_\mu = V_\mu \quad k=1\,;}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l|l} g^{(10)}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - V_\mu V_\nu\,; & B^{(10)}_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} \\ g^{(10)}_{\underline{x}\nu} = -V_\nu\,; & B^{(10)}_{\underline{x}\nu} = V_\nu \\ g^{(10)}_{\underline{x}\underline{x}} = -1\,; & \phi^{(10)} = \phi \\ g^{(10)}_{IJ} = -\delta_{IJ}\,; & \end{array}}$$

I-2 AGUJEROS NEGROS DILATÓNICOS

SE SUELE CONSIDERAR LA ACCIÓN (EINSTEIN-FRAME)

$$S = \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{g}\left[-R + 2(\partial\phi)^2 - e^{-2\phi}F^2\right]$$

- ESTA TRUNCACIÓN SÓLO ES CONSISTENTE SI $F{}^*F = 0$.

- ECUACIONES DEL MOVIMIENTO:

$$R_{\mu\nu} + 2\partial_\mu\phi\,\partial_\nu\phi - 2e^{-2\phi}\left[F_{\mu\rho}F_\nu{}^\rho - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}F^2\right] = 0\,;$$

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{2}e^{-2\phi}F^2 = 0\,;$$

$$\nabla_\mu\left(e^{-2\phi}F^{\mu\nu}\right) = 0\,;$$

$$\nabla_\mu{}^*F^{\mu\nu} = 0\,;\quad \text{(Identidad de Bianchi)}$$

$$\tilde{F} = e^{-2\phi}\,{}^*F\,;\quad \tilde{\phi} = -\phi \qquad \text{DUALIDAD S}$$

- SOLUCIONES DE TIPO AGUJERO NEGRO

$$ds^2 = \frac{(r-r_+)(r-r_-)}{R^2}dt^2 - \left[\frac{R^2}{(r-r_+)(r-r_-)}\right]dr^2 - R^2 d\Omega^2\,;$$

ELÉCTRICO $\quad F_{tr} = \dfrac{e^{\phi_0}Q}{(r-\Sigma)^2}\,;\quad e^{-2\phi} = e^{-2\phi_0}\dfrac{r-\Sigma}{r+\Sigma}\,;$

MAGNÉTICO $\quad {}^*F_{tr} = \dfrac{ie^{\phi_0}P}{R^2}\,;\quad e^{-2\phi} = e^{-2\phi_0}\dfrac{r+\Sigma}{r-\Sigma}\,;$

$\Sigma \quad \dfrac{P^2-Q^2}{2M}$

$$R^2 = r^2 - \Sigma^2\,;\quad r_\pm = M \pm\sqrt{M^2+\Sigma^2-Q^2(P^2)}\,;$$

AGUJEROS NEGROS DILATÓNICOS EXTREMOS

AL IGUAL QUE EN EL CASO DE REISSNER-NORDSTRÖM, SE LLAMAN "EXTREMOS" AQUELLOS QUE ESTÁN AL BORDE DE MOSTRAR UNA SINGULARIDAD DESNUDA:

$$r_+ = r_- \; ; \quad M^2 + \Sigma^2 = Q^2 \,(P^2) \qquad M = -\Sigma = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} Q \,(P)$$

$$\rightarrow ds^2 = e^{-2(\phi-\phi_0)} dt^2 - e^{+2(\phi-\phi_0)} dr^2 - R^2 d\Omega^2 \; ;$$

$\downarrow$ COORDENADAS ISÓTROPAS $\vec{x}$

\+ STRING FRAME

$$\boxed{\begin{aligned} & ds^2 = dt^2 - e^{+4(\phi-\phi_0)} d\vec{x}^{\,2} \; ; \\ & F_{\underline{i}\underline{j}} = \pm \epsilon_{\underline{i}\underline{j}\underline{k}} \, \partial_{\underline{k}} \, e^{2(\phi-\phi_0)} \; ; \\ & \partial_{\underline{i}} \partial_{\underline{i}} \, e^{2(\phi-\phi_0)} = 1 + \sum_s \frac{2 M_s}{|\vec{x} - \vec{x}_s|} \; ; \end{aligned}}$$

SOLUCIONES DE MUCHOS AGUJEROS NEGROS EN EQUILIBRIO:

$$M_i M_j + \Sigma_i \Sigma_j - Q_i Q_j = 0 \; ;$$

ESTAS SOLUCIONES TIENEN SUPERSIMETRÍAS RESIDUALES DE $N=4$, $D=4$ SUGRA SI SE ENTIENDE F COMO PARTE DE g EN $D=10$

II PROMOCIÓN A SOLUCIÓN EXACTA - IDEA GENERAL

a) TODO ES MÁS SIMPLE EN $D=10$, ASÍ QUE DECOMPACTIFIQUEMOS DE FORMA SUPERSIMÉTRICA PARA CONSERVAR LA SUPERSIMETRÍA ($A=B=V$)

– EN UNA HOJA DEL ATLAS, PARA UN SÓLO A-N

$$\vec{V} = \pm \frac{2M(0,0,z)\wedge(x,y,z)}{|\vec{x}|(|\vec{x}|^2 - z^2)} \; ; \qquad F_{\underline{ij}} = 2\partial_{[\underline{i}} V_{\underline{j}]} \; ;$$

EN GENERAL $V_{\underline{i}}$; $\phi_0 = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} ds^2_{(10)} = dt^2 - e^{4\phi} d\vec{x}^2 - (dx^{\underline{4}} + V_{\underline{i}} dx^{\underline{i}})^2 - dx^{\underline{I}} dx^{\underline{I}} \; ; \\ B_{(10)} = - V_{\underline{i}} \, dx^{\underline{i}} \wedge dx^{\underline{4}} \; ; \\ \partial_{\underline{i}} \partial_{\underline{i}} e^{2\phi} = 0 \; ; \qquad 2\partial_{[\underline{i}} V_{\underline{j}]} = \pm \epsilon_{ijk} \partial_k e^{2\phi} \; ; \end{cases}$$

b) LOS ÚNICOS ELEMENTOS DE LAS CONEXIONES DE ESPÍN CON TORSIÓN $\Omega_\pm$ SON

$$\begin{cases} \Omega_{4-}{}^{ij} = \Omega_{i+}{}^{4j} = \pm \epsilon_{ijk} \partial_k e^{-2\phi} \; ; \\ \Omega_{k-}{}^{im} = \Omega_{k+}{}^{im} = 2\delta_{k[i} \partial_{\underline{m}]} e^{-2\phi} \; ; \end{cases}$$

$\Omega_{\mu-}{}^{ab}$ TIENE HOLONOMÍA $SU(2)$

$\Omega_{\mu\,-}^{\;ij}$ PUEDE SER IDENTIFICADO CON UN CAMPO GAUGE SU(2)

$$\boxed{\Omega_{\mu\,-}^{\;ij} = \varepsilon^{ijk} A_\mu^{\;k}}$$

c) SI AÑADIMOS ESTE CAMPO A LA SOLUCIÓN HAY CANCELACIONES

- TODAS LAS CORRECCIONES IMPLÍCITAS EN α'
- TODOS LOS TENSORES "T"

TEOREMA: SI ESTO OCURRE Y ADEMÁS

$$\alpha' D_a^{+}\left(e^{-2\phi} F^{ab}\right) = 0 \, ;$$

- LA SOLUCIÓN ES EXACTA A TODO ORDEN EN α' Y
- HAY SUPERSIMETRÍA A TODO ORDEN EN α'

¡OJO!

ESTE TEOREMA GARANTIZA REALMENTE QUE TODAS LAS CORRECCIONES EN α' RELACIONADAS CON LA SUPERSIMETRIZACIÓN DE ω_L^{CS} SE CANCELAN, PERO HAY OTRAS Y HAY QUE UTILIZAR OTROS ARGUMENTOS PARA ESTAR SEGUROS AL 100%

PROPIEDADES DE LA SOLUCIÓN EXACTA

- LA FÍSICA OCURRE EN 4 DIMENSIONES EUCLÍDEAS 1, ..., 4
- LOS ESPINORES DE KILLING OBEDECEN

$$(1 \pm \gamma_5)\varepsilon_\pm = 0 \qquad \gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$$

- LA INTENSIDAD DE CAMPO GAUGE ES AUTODUAL EN ESE ESPACIO EUCLÍDEO:

$$\boxed{F_{ik} = \mp \varepsilon_{ikm} F_{m4}}$$

ESTA PROPIEDAD ES TÍPICA DE MONOPOLOS SUPERSIMÉTRICOS

('t HOOFT-POLYAKOV EN EL LÍMITE DE PRASAD-SOMMERFIELD)

- AL COMPACTIFICAR SE OBTIENE LA ECUACIÓN DE BOGOMOLNYI

$$G_{jk}(W) + \underbrace{\Phi F_{jk}(V)}_{\text{TÉRMINO EXTRA}} = \pm \varepsilon_{jke} D_e \Phi$$

- LA MÉTRICA EN D=4 ES LA MISMA: AGUJERO NEGRO EXTREMO, PERO CON GRUPO $SU(2) \times U(1)$

PROBLEMAS ABIERTOS

- CFT?
- ROTACIONES DE DUALIDAD (T, S)
- ¿FUERA DE LA EXTREMALIDAD?
- ANALOGO EN ESPACIO PLANO