# Beyond the Standard Model

UAM 2011/2012
Clases I, II, III y IV

DRAFT

NOTA: Al completar las notas cambiará el orden de las referencias,
ya que éste es alfabético.

+ INFO: /http://coyote.ift.uam-csic.es/jesus/BSM/

# Contents

**Contents** **i**

**1 Introducción** **1**

**2 Historia y éxitos del Modelo Estándar** **3**

**3 Teorías efectivas** **9**
3.1 Ejemplo histórico: el modelo de Fermi . . . . . . . . . . . . . 11

**4 Problemas del Modelo Estándar** **17**
4.1 Incorporación de la gravedad . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 17
4.2 Polo de Landau (gauge) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20
4.3 Sector escalar del ME . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 22
4.3.1 Origen de los parámetros . . . . . . . . . . . . . . . . . . 23
4.3.2 Problema de las jerarquías . . . . . . . . . . . . . . . . . 24
4.3.3 Trivialidad y estabilidad . . . . . . . . . . . . . . . . . . 27
4.4 Contenido de materia . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 32
4.4.1 Anomalías quirales & asignación de hipercargas . . . . 32
4.5 Neutrinos . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 36
4.6 Asimetría bariónica del universo . . . . . . . . . . . . . . . . . . 39
4.7 Ausencia de candidato a materia oscura . . . . . . . . . . . . . . 43
4.8 Problema CP fuerte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 45

**5 BSM & Operadores efectivos** **47**
5.1 Simetrías globales . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 47
5.2 Violación de $L$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 48
5.2.1 Operador de Weinberg . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 48
5.2.2 Type I see-saw . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 50

5.2.3 Type III see-saw . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 51
5.2.4 Nota: violación espontánea de $L$ . . . . . . . . . . . . . 52
5.3 Violación de B . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 53
5.4 Simetrías aproximadas . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 53
5.4.1 QED: Simetría quiral y $(g-2)_e$ . . . . . . . . . . . . . 53
5.4.2 ME: Simetrías globales y violación de sabor . . . . . . 53

# Preface

Estas notas han de entenderse como una guía para explorar los distintos temas BSM. He intentado cubrir la bibliografía con material (tanto reviews como artículos originales) disponible en arXiv, incluyendo los enlaces correspondientes. También he incluido enlaces a conferencias en vídeo que pueden ser útiles.

## Libro recomendado

Parte de estas notas siguen en detalle:

- ***Journeys Beyond the Standard Model***
  libro de P. Ramond, [53]

junto con notas previas de Alberto Casas.

## Otros libros

También podéis consultar:

- TCC & Modelo Estándar:
  - *An Introduction to quantum field theory*, Peskin, M and Schroeder, A. [46]
  - *Introduction to gauge field theory*, Bailin, D. and Love, A, [5]
  - *Dynamics of the Standard Model*, Donoghue, J. F. and Golowich, E. and Holstein, Barry R. [21]
  - *The Quantum theory of fields I, II*, Weinberg, Steven [62, 63]

- *Quantum field theory: A Modern introduction*, Kaku M. [34]
- *Quantum field theory in a nutshell*, Zee, A. [70]

- Supersimetría:
  - *Modern supersymmetry: Dynamics and duality*, Terning, J. [58]
  - *Supersymmetric gauge field theory and string theory*, Bailin, D. and Love, A, [6]
  - *Supersymmetry in particle physics: An elementary introduction*, Aitchison, Ian [1]

- Higgs Physics:
  - *The Higgs Hunter's guide*, Gunion, John F. and Haber, Howard E. and Kane, Gordon L. and Dawson, Sally [28]

- Gravitación
  - *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, Weinberg, Steven [61]
  - *Cosmology*, Weinberg, Steven [60]

AÚN ME FALTAN REFERENCIAS ...

# Chapter 1

# Introducción

El Modelo Estándar (ME) de la física de partículas describe sorprendentemente bien los datos experimentales actuales (véase [3], recopilado por el *Particle Data Group*). Desde un punto de vista teórico, el ME se caracteriza por ser una teoría cuántica de campos basada en el grupo gauge $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La simetría asociada a los dos últimos factores se rompe $SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{em}$.

El tipo de ruptura (espontánea) de la simetría y las propiedades de su contenido de materia (libre de anomalías) hacen que el ME sea *renormalizable*. Desde un punto de vista práctico, ello significa que podemos calcular observables de manera consistente y hacer predicciones una vez extraídos los parámetros, $\#\mathcal{O}(10)$, del modelo. Los experimentos actuales (*2010 circa*) cubren energías $E \lesssim 1$ TeV y hasta ahora sus resultados son consistentes con las predicciones teóricas. A pesar de ello, existen muchas razones (teóricas, fenomenológicas y estéticas) que indican que el ME no es la teoría fundamental, sino una teoría efectiva, válida en cierto rango de energías. En estas notas nos centraremos en el estudio de posibles extensiones del ME, analizando su motivación y explorando algunas de sus consecuencias.

# Chapter 2

# Historia y éxitos del Modelo Estándar

- Reviews del ME:
  - *Field theory and Standard Model*, W. Buchmüller [9]
  - *Introduction to the Standard Model and Electroweak*, P. Langacker [39]
- Historia:
  - *The making of the Standard Model*, Weinberg [65].
  - *The making of the Standard Model*, 't Hooft [56].
  - *Nobel Lectures* (e. g. Weinberg, Veltman )

Transcribo a [9], que sigue a Weinberg [65], *The Making of the SM*

Repasemos brevemente algunos de las "buenas ideas" que condujeron al ME, así como de los "errores" que a veces bloquearon ese camino:

1. Una "buena idea" fue el modelo de quarks propuesto en 1964 independientemente por Gell-Mann y Zweig. La hipótesis de que los hadrones esán hechos de tres quarks y antiquarks permitió entender sus números cuánticos y su espectro en términos de una simetría de sabor aproximada dada por SU(3), "the eightfold way". Además en 1968 los experimentos de deep-inelastic scattering de SLAC se podían interpretar como el scattering de electrones con partones puntuales dentro del átomo, por lo que era natural interpretar los quarks como esos partones.

Pero: ¿eran los quarks reales o eran puramente una entidad matemática? Muchos físicos no creyeron en los quarks ya que, a pesar de las innumerables búsquedas, no se encontraron partículas con cargas fraccionarias

2. Otra "buena idea" fue la invención de las teorías gauge no abelianas por parte de Yang-Mills. La teoría local era $SU(2)$ de isospin, y se esperaba una teoría de las interacciones fuertes en las que el triplete de mesones $\rho = (u\bar{d}, \ldots) \sim 770$ MeV jugara el papel de los bosones gauge. Años más tarde, cuando se identificó la estructura $V - A$ de las interacciones débiles Bludman, Glashow, Salam, Ward y otros desarrollaron la teoría de las interacciones electrodébiles mediada por bosones vectoriales intermedios.

   Pero todas las aplicaciones de las teorías gauge no abelianas parecían exigir bosones vectoriales masivos ya que no se había encontrado ninguno, ni en las interacciones fuertes ni en las débiles. Y si se introducían tales términos a mano, ello rompía explicitamente la simetría gauge local, entonces cuál era la lógica de haber impuesto esa simetría de partida? Además, enseguida se dieron cuenta de que las teorías gauge no-abelianas con términos de masas eran no-renormalizables, estaban plagadas de divergencias, como ocurría en las teorías de Fermi de las interacciones débiles.

3. Posteriormente, una "buena idea" fue la ruptura espontánea de la simetría. Puede haber simetrías del lagrangiano que no lo sean del vacío. Según el teorema de Goldstone, tiene que haber una partícula escalar sin masa por cada simetría global rota. Pero no hay pruebas experimentales de la existencia de una partícula de dicha clase que posea interacciones débiles o fuertes. En 1964 Brout, Englert y Higgs encontraron una manera de evadir el teorema de Goldstone: dicho teorema no se aplica si la simetría es local (como es el caso en QED o en las teorías Yang-Mills no abelianas). Esencialemente el bosón de Goldstone se convierte en la parte de helicidad cero del bosón de gauge, siendo masivo.

   Pero estos desarrollos fueron aplicados a la ruptura de simetrías en las interacciones fuertes, y en 1967 Weinberg creía que la simetría de las interacciones fuertes era $SU(2)_L \times SU(2)_R$, siendo los mesones $\rho$ y $a_1$ los bosones de gauge. Sin embargo ese mismo año aplicó la idea de ruptura espontánea de la simetría a las interacciones débiles de la primera familai de leptones, $(\nu_L, e_L)$ y $e_R$. Ello condujo a $SU(2)_L \times U(1)$ con $W, Z$ masivos, el fotón sin masa y el bosón de Higgs.

Los siguientes pasos que llevaron al ME son bien conocidos: 't Hooft y Veltman demostraron que las teorías gauge no abelianas eran normalizables, y Gross, Wilczek ,Politzer descubrieron la libertad asintótica. Posteriormente, se entendió que el compartamiento infrarrojo de las teorías gauge no abelianas llevaba al confinamiento de los quarks y gluones (sin masa) y generaba la masa de los hadrones. Alrededor de 1973, la construcción del ME estaba ya completa.

Desde entonces, varios experimentos han corraborado que el ME es realmente la teoría correcta que describe las interacciones fundamentales:

- 1973: descubrimiento de las corrientes neutras
- 1979: descubrimiento del gluón
- 1983: descubrimiento de los bosones $W$ y $Z$
- 1975 - 2000: descubrimiento de la tercera familia: $\tau$ (1975) $b$, $t$ (1995) y $\nu_\tau$
- En los últimos 20 años, se han realizado una cantidad de tests cuantitativos impresionantes de la teoría electrodébil en LEP, SLC y Tevatron, de QCD en LEP, HERA y Tevatron.

Ilustremos dos casos:

- En la página siguiente (figuras 2.1, 2.2) vemos la demostración de la existencia de los acoplamientos gauge de tres bosones vectoriales, probado en LEP II-
- En la figura 2.3 puede verse la consitencia de valores de la constante de acoplamiento de QCD medidos a distintas escalas.

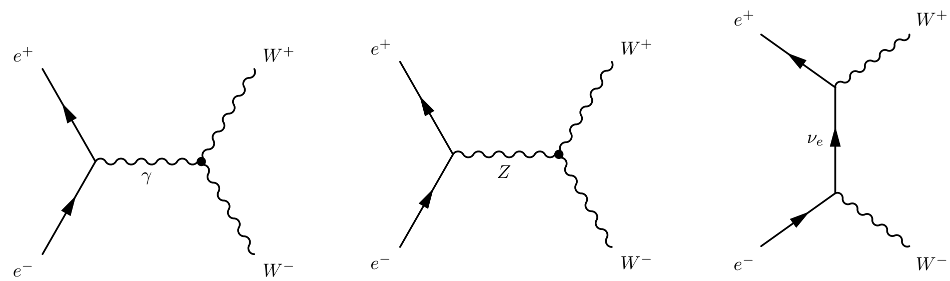


Figure 2.1: Diagramas que contribuyen a $e^+e^- \to W^+W^-$, proceso que pone a prueba los los vértices gauge $WW\gamma$, $WWZ$.

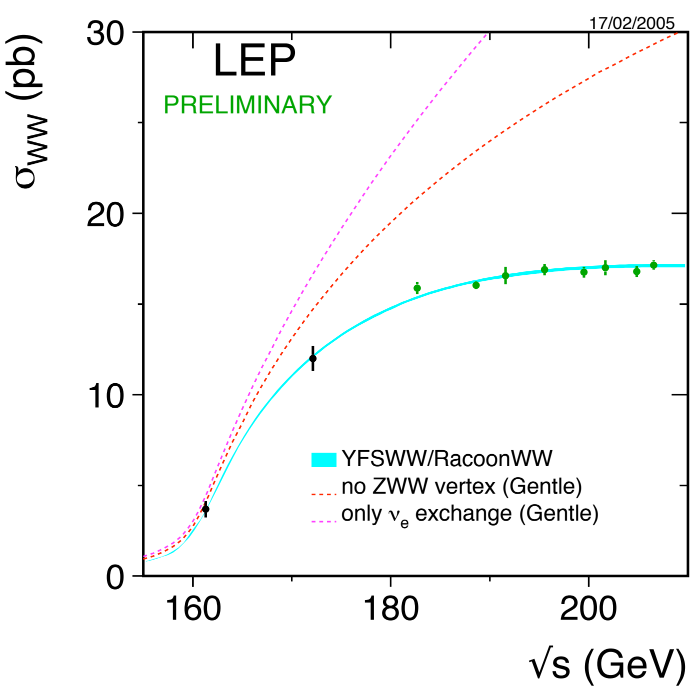


Figure 2.2: Sección eficaz para $e^+e^- \to W^+W^-$ comparado con las previsiones del M.E..Tambén se muestran las previsiones sin incluir algunos de los diagramas de la figura 2.1. En particular, se muestra el intercambio de: (1) únicamente $\nu_e$ (en el canal t) (2) únicamente $\nu_e$ y $\gamma$ http://www.cern.ch/LEPEWWG/.

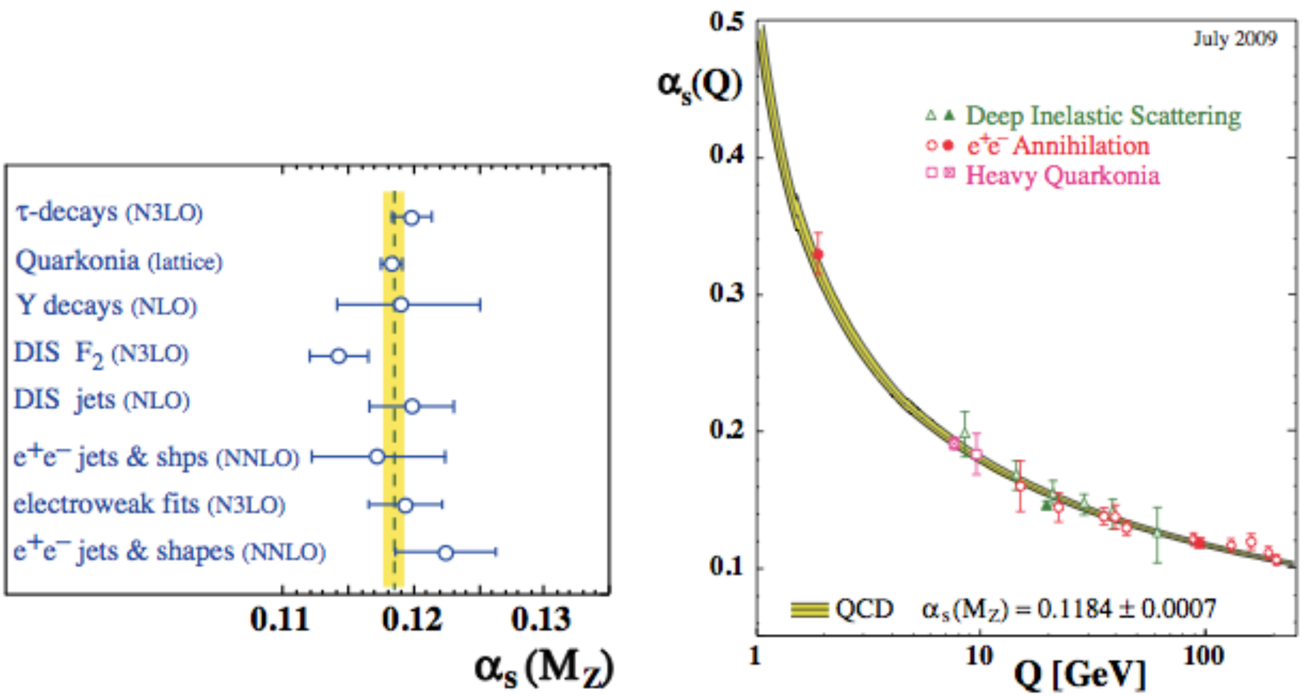


Figure 2.3: Constante de acoplamiento de QCD, $\alpha_s(\mu) = g^2(\mu)/4\pi$ obtenida a distintas escalas y su extrapolación a $\mu = M_Z$ usando QCD. http://pdg.lbl.gov.

# Chapter 3

# Teorías efectivas

Bibliografía sobre teorías efectivas:

- Reviews genéricos: arXiv: Kaplan:( [35] 1995 (básico), [36] 2005 (+ extenso)) , Burgess [10], Pich [47]

- RGE's + Wilsonian approach : arXiv: Hollowood [29]

- Reviews + cálculos potencial efectivo (SM + MSSM): ( [52])

- Libros: Weinberg [63],

- $\boxed{\text{VIDEOS}}$ *Introduction to Effective Field Theory*, 12 conferencias de C. Burgess en el Perimeter Institute, 2009.

Sigo a Kaplan: [35]

Ejemplo: átomo de hidrógeno

- Escala del problema: $m_e \sim 0,5$ MeV
- Interacciones: electromagnéticas, $\alpha_{QED} = 1/137$
- Observables físicos: $\sim (m_e)^d(\alpha)^n$ $n$ fijado dinámicamente.
- Ejemplos
  - Radio de Bohr del átomo de hidrógeno: $a_0 \simeq \dfrac{1}{\alpha_{QED} m_e}$ (exacta)
  - Energia de ligadura $E_0 \simeq \alpha_{QED}^2 m_e$ (en realidad, x 2)
  - Energias de transicion entre los niveles
- RESULTADO: En una primera aproximación, toda la física dedende de 2 parámetros: $m_e$ y $\alpha = 1/137$
- PREGUNTA: Por qué no dicha física no depende de $m_{proton}, m_Z, m_W$, o de la constante de Newton $G_N$
- Técnicas. análisis dimensional, operadores (relevantes ($d < 4$) , marginales ($d = 4$), irrelevantes ($d > 4$, al disminuir la escala de energía "E" , la interaccion decrece), integracion de modos pesados, dependencia con la escala, etc etc.
- CONCLUSION: Teorías efectivas permiten calcular sin tener que conocer los detalles que no tienen interés a baja energía. Combinando con el Grupo de Renormalización puedo analizar problemas con dos escalas separadas. TB. Simetria es importante.
- NEW PHYSICS: posibilidad de estimar efectos sin conocer todos los detalles!!!

## 3.1 Ejemplo histórico: el modelo de Fermi

Hasta los años 60', los datos experimentales correpondientes a las interacciones débiles se describían con la teoría de Fermi. Esta teoría *fenomenológica* basada en una interacción directa de cuatro fermiones de spin 1/2. Dicha teoría fue mejorada por Feynman y Gell-Mann y, posteriormente, por Cabibbo. El Lagrangiano de interacción es:

$$L_{\rm int} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}\, J^\rho J^\dagger_\rho \tag{3.1}$$

siendo $G_F$ la constante de Fermi fijada por la vida media del muón, $G_F = 1.166 \times 10^{-5}\mathrm{GeV}^{-2}$ (veáse figura 3.1) . La corriente $J^\mu$ consta de una parte leptónica y de otra hadrónica:

$$J^\rho = J^\rho_{\rm lepton} + J^\rho_{\rm hadron} \tag{3.2}$$

siendo (restringiéndonos a los leptones $e, \nu_e, \mu, \nu_\mu$)

$$J^\rho_{\rm lepton} = \bar{\nu}_e \gamma^\rho (1-\gamma_5) e \;+\; \bar{\nu}_\mu \;\gamma^\rho (1-\gamma_5)\mu \tag{3.3}$$

la corriente lepónica y

$$\begin{aligned} J^\rho_{\rm hadron} &= \bar{u}\gamma^\rho(1-\gamma_5)(d\cos\theta_C + s\sin\theta_C) \\ &+ \bar{c}\gamma^\rho(1-\gamma_5)(-d\sin\theta_C + s\cos\theta_C) \end{aligned} \tag{3.4}$$

la corriente hadrónica, siendo $\theta_C$ al ángulo de Cabibbo, ($\theta_C \sim 13^o$). Notemos que solamente la parte (V-A) aparece en las interacciones, idea que fue primero propuesta por Feynman y Gell-Mann.

La teoría de Fermi permite calcular secciones eficaces de procesos físicos en la aproximación que proporcionan los diagramas de Feynman a nivel árbol. Pronto se vio claro que la aproximación a nivel árbol describía los procesos débiles de scattering de manera razonable únicamente a energías bajas, y fallaba a una energía del orden de

$$E_{\rm c.m.} = s^{\frac{1}{2}} \ll G_F^{-\frac{1}{2}} \simeq 300 \text{ GeV} \tag{3.5}$$

siendo $E_{\rm c.m.}$ la energía en el centro de masas de las partículas que colisionan.

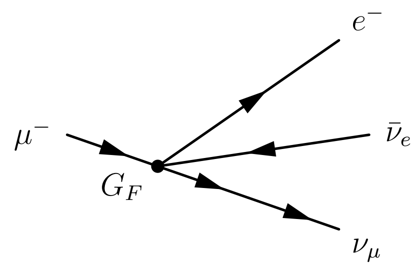


Figure 3.1: Diagrama responsable de la desintegración del muón en la la teoría de Fermi.

Esto se puede entender también desde un punto de vista teórico: la teoría a nivel árbol viola unitariedad. Si evaluamos, por ejemplo, el proceso $\sigma(\bar{\nu}e \longrightarrow \bar{\nu}e)$, usando argumentos dimensionales[1] :

$$\sigma(\bar{\nu}e \longrightarrow \bar{\nu}e) \simeq const.\, G_F^2\, s \tag{3.6}$$

Dado que $\sigma$ es proporcional a la amplitud, $M$, ello significa que a valores suficientemente altos de $s$ se violan las condiciones de unitariedad $M^{(j)} \leq 1$. Tomando el límite $m_e \rightarrow 0$ y haciendo un análisis de helicidades (para seleccionar unicamente el canal j=0), puede verse que en este caso la cota se viola para:

$$E_{\mathrm{c.m.}} = s^{\frac{1}{2}} \leq \left(\frac{2\pi\sqrt{2}}{G_F}\right)^{\frac{1}{2}} \simeq 870 \text{ GeV} \tag{3.7}$$

Podríamos pensar que este problema se soluciona incluyendo contribuciones de orden superior. El problema es que al evaluar diagramas con loops y/o líneas internas, aparecen infinitos. Por ejemplo, en el proceso $\sigma(\bar{\nu}e \longrightarrow \bar{\nu}e)$, las correcciones 1-loop (véase Fig 3.2) divergen cuadráticamente. Y estas divergencias no pueden absorberse usando los métodos habituales (como ocurre en QED, por ejemplo). Esto puede entenderse analizando el grado de divergencia de los diagramas (condicionado por las dimensiones del acoplamiento del vértice $[G_F] = [M]^{-2}$).

Vemos pues que el modelo de Fermi sólo es válido hasta cierta escala $\leq 1\,\mathrm{TeV}$ en la que ha de entrar en juego nueva física. Los bosones $W, Z$

[1] Un cálculo sencillo permite evaluar la constante, que resulta ser $1/3\pi$.

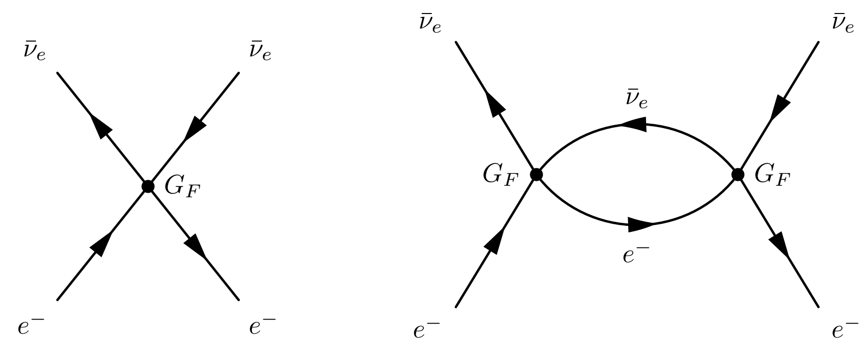


Figure 3.2: Diagramas en la la teoría de Fermi que median $\sigma(\bar{\nu}e \longrightarrow \bar{\nu}e)$.

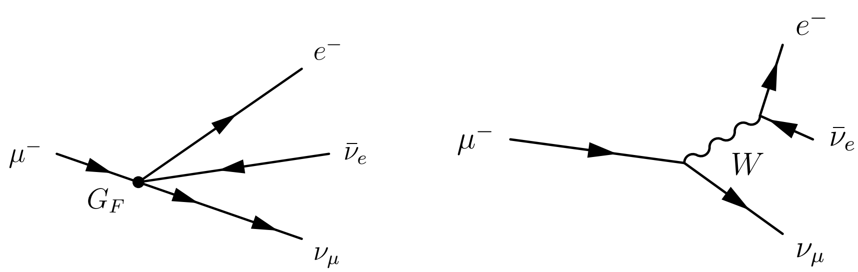


Figure 3.3: Desintegración del muón en la la teoría de Fermi (izda) y en el ME (derecha).

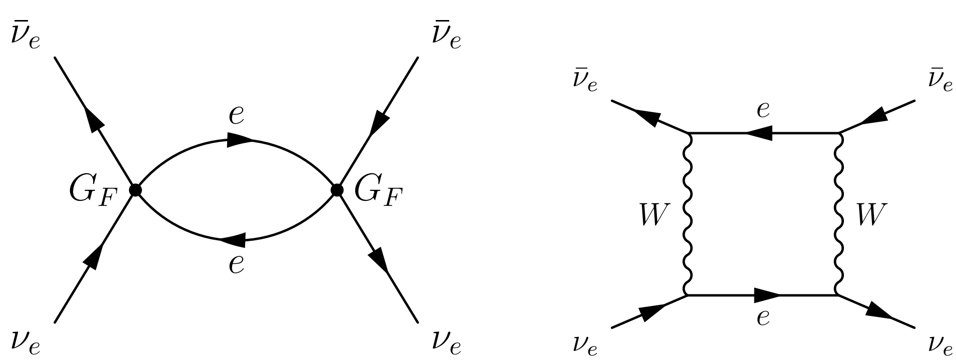


Figure 3.4: Diagrama a 1-loop que media $\sigma(\bar{\nu}_e\nu_e \longrightarrow \bar{\nu}_e\nu_e)$ en la la teoría de Fermi (izda, divergente) y su equivalente en el ME (derecha, convergente).

son esencialmente los nuevos grados de libertad que aparecen en el ME, completando el de Fermi.

El término a 4 fermiones tiene su equivalente el ME en una interacción en la que se ha intercambiado un $W$ virtual (e.g. Fig 3.3). Esta descripción solamente es correcta cuando las energías asociadas al proceso que evaluamos (e.g., la energía en el c.d.m., o la masa del muón cuando analizo su desintegración) son pequeñas comparadas con $m_W$, lo que permite aproximar el propagador de $W$ al hacer el cálculo. Usando ese límite se obtiene:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2} \tag{3.8}$$

En Fig 3.4 comparamos dos diagramas a 1-loop en el ME y en la T. de Fermi.

**Resumen**

| |
|---|
| Los argumentos que nos indican que el modelo de Fermi no puede ser válido a energías arbitrariamente altas nos dan información sobre cuál es la escala de "nueva física" ($\sim$ las masas de los bosones $W, Z$) |

### $\mu$-decay

La constante de Fermi $G_F$ se obtiene a partir de la medida de la vida media del muón. La cantidad observable físicamente es la suma de dos probabilidades de transición que que da cuenta tanto de procesos reales como virtuales

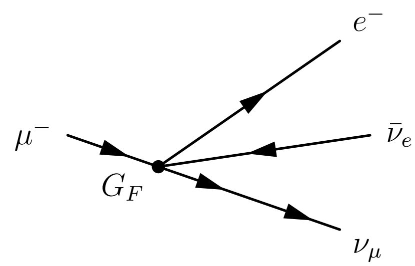


Figure 3.5: $\mu$-decay en la la teoría de Fermi

Es interesante calcular esta vida media en la teoría $QED\otimes$ Teoría efectiva de Fermi. Las correcciones de QED son importantes, y se obtiene[2]

$$\tau_\mu^{-1} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3}\, F\left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2}\right)\left[1+\frac{\alpha}{2\pi}\left(\frac{25}{4}-\pi^2\right)\right] \tag{3.9}$$

siendo

$$F(r) = 1-8r+8r^3-r^4-12\,r^2\ln r \tag{3.10}$$

[2]En el libro de Bardeen & Passarino [7] puede verse el cálculo muy detallado.

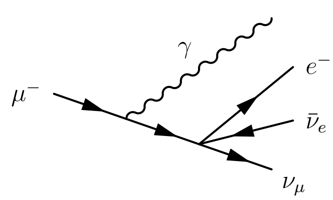


Figure 3.6: Bremsstralung en muon decay: $\mu \longrightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu + \gamma$

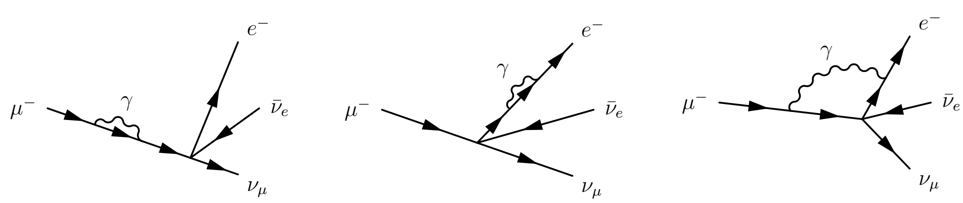


Figure 3.7: Correcciones virtuales de QED a $\mu$-decay

# Chapter 4

# Problemas del Modelo Estándar

En esta sección vamos a revisar los principales problemas del ME. Como veremos, ello nos proporcionará pistas para identificar posibles extensiones del ME.

## 4.1 Incorporación de la gravedad

A pesar de que relatividad general describe de manera muy satisfactoria la teoría clásica de la gravitación, y contrariamente a otras teorías de campos como QED, no es posible cuantizarla usando los procedimienos usales (ie, cuantización canónica o integral de camino). Una expansión perturbativa para la gravedad genera un número infinito de diagramas de Feynman divergentes en el ultravioleta (UV) y a cada orden la teoría requiere introducir contratérminos dados por potencias, cada vez mayores, de la curvatura. Debido a ello, es necesario fijar un número infinito de parámetros libres para conseguir un comportamiento aceptable en el UV, lo que nos lleva a una teoría cuántica que no es predictiva a cortas distancias, donde los valores de los contratérminos son esenciales. Por ello, decimos que gravedad es no-renormalizable. Veamos esto en más detalle.

Clásicamente, la gravedad viene descrita por la acción de Hilbert-Einstein.

Si además incluimos materia, la acción resulta ser[1]

$$S = S_G + S_{matter} = \int d^4x \sqrt{|g|} \left( -\frac{1}{2}\frac{1}{\kappa^2} R + \mathcal{L}_{\mathrm{matter}} \right) , \tag{4.1}$$

donde

$$\kappa^2 = 8\pi G_N, \quad \sqrt{|g|} \equiv \sqrt{-\det g}. \tag{4.2}$$

Recordemos las dimensiones de la curvatura y de la constante de Newton: $[R] \equiv [G_N] \equiv M^{-2}$. Por tanto, $[\kappa] = M^{-1}$ y su inversa se conoce como masa (reducida) de Planck, $\kappa \sim 2.4\ 10^{18}$ GeV. Para ver cómo se acoplan los gravitones, excitaciones de la métrica, tendremos que perturbar ésta en torno a una solución de las ecuaciones, ie, en torno a una configuración tal que

$$\frac{\delta S}{\delta g_{\mu\nu}} \equiv 0 \tag{4.3}$$

Variando la acción de Hilbert-Einstein obtenemos[2]:

$$\delta \int d^4x \ \sqrt{|g|} R \ = -\int d^4x \sqrt{|g|} \left[ R^{ab} - \frac{1}{2} R\, g^{ab} \right] \delta g_{ab} \tag{4.4}$$

Luego

$$\delta S_G = -\frac{1}{2}\frac{1}{\kappa^2} \int d^4x \sqrt{|g|} \left[ R^{ab} - \frac{1}{2} R\, g^{ab} \right] \delta g_{ab} \tag{4.5}$$

<u>Defino</u> el tensor energía momento a partir de:

$$\delta S_{materia} = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{|g|} T^{ab}\, \delta g_{ab} \tag{4.6}$$

por lo que las ecuaciones de Einstein son:

$$-\left( R^{ab} - \frac{1}{2} R\, g^{ab} \right) + \kappa^2\, T^{ab} = 0 \tag{4.7}$$

o bien

$$G^{ab} = \kappa^2\, T^{ab} \tag{4.8}$$

siendo $G^{ab}$ el tensor de Einstein:

$$G^{ab} = R^{ab} - \frac{1}{2} R\, g^{ab} \tag{4.9}$$

[1]Estoy suponiendo una métrica ”mostly -”, ie $[+ - --]$ :

[2]Véase, por ejemplo el libro de Weinberg [60], eq. (12.4.2) y (12.4.3)

Supongamos que he encontrado una solución y considero una perturbación (esencialmente, el gravitón):

$$g_{\mu\nu} + \sqrt{2}\kappa\, h_{\mu\nu}(x) \tag{4.10}$$

Hemos incluido un factor de normalización $\kappa$ para que el término cinético de $h$ tenga la normalización correcta[3]:

$$\begin{aligned} S = S_{h=0} + \int d^4x\,\sqrt{|g|}\ \Big(&\partial h.\partial h + \kappa\, h\,\partial h\partial h + \ldots \\ &+ \kappa\, h_{\mu\nu}T^{\mu\nu} + O(h^2\phi)\Big) \end{aligned} \tag{4.11}$$

Notemos que los términos de autointeracción de $h$ son los que aparecen en la primera fila (derivados a partir de $S_g$ ) mientras que los de la segunda dan cuenta de los acoplamientos con la materia.

Llegados a este punto, vemos que la teoría es no renormalizable, estando en una situación similar a la de la Teoría de Fermi que revisamos anteriormente. En ese caso, nos veríamos abocados a considerar gravitación simplemente como una teoría efectiva valida hasta ciertas energías.

Analicemos este punto en más detalle, usando el formalismo (wilsoniano) de la acción efectiva. La acción efectiva gravitatoria puede desarrollarse :

$$\begin{aligned} S_{\text{eff}} &= -\int d^4x\sqrt{|g|}\,\Big[f_0(\Lambda) + f_1(\Lambda)R \\ &+ f_{2a}(\Lambda)R^2 + f_{2b}(\Lambda)R^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \\ &+ f_{3a}(\Lambda)R^3 + \ldots\Big], \end{aligned} \tag{4.12}$$

donde $\Lambda$ es un cutoff ultravioleta y $f_{2a}(\Lambda)$ son acoplamientos que dependen del cuttoff de manera que las cantidades físicas son independientes de $\Lambda$. Definimos unos acoplamientos adimensionales a partir de ellos:

$$\begin{gathered} g_0 = \Lambda^{-4}f_0;\ g_1 = \Lambda^{-2}f_1;\ g_{2a} = f_{2a}; \\ g_{2b} = f_{2b};\ g_{3a} = \Lambda^2 f_{3a}\ldots; \end{gathered} \tag{4.13}$$

Al ser adimensionales, dichos parámetros verifican unas RGE's del tipo:

$$\Lambda\frac{d}{d\Lambda}g_n(\Lambda) = \beta_n(g_n(\Lambda)) \tag{4.14}$$

[3]Intuitivamente, parece lógico, ya que el campo $h$ así definido tiene dimensiones de masa, como un campo escalar típico.

Típicamente, uno espera que al tomar el límite $\Lambda \to \infty$ en teoría de perturbaciones, los parámetros $g_n(\Lambda)$ diverjan (excepto un número finito). En ese caso, no podríamos usar esta la teoría para hacer cálculos a altas energías.

- La interpretación habitual de este hecho es que la teoría deja de ser válida a ciertas escalas ($\Lambda \sim 10^{15} - 10^{18}$ GeV) en las que entran en juego nuevos grados de libertad además de los asociados a la métrica y los descritos por los campos del ME (quizá proporcionados por teoría de cuerdas? [48, 49] )

- Existe otra posibilidad. Supongamos que las funciones $\beta$ se anulasen para algún valor $g_{n*}$ de éstos, i.e. $\beta_n(g_{n*}) = 0$ . Si los valores de los parámetros del ME están en la trayectoria que es atraída a ese punto, entonces la teoría sería aceptable (*Asymptotically safe gravity*, Weinberg, [66, 67] ).
  + $\boxed{\text{VIDEO}}$ Conferencia de Weinberg en el CERN, 2009

También existen argumentos relacionados con la termodinámica de los agujeros negros indicando que no puede construirse una teoría cuántica de la gravedad renormalizable [55].

Otras propuestas para construir una teoría cuántica de la gravedad:

- *Horava-Lifshitz* [30, 31], que describe una extensión de la gravitación de Hilbert-Einstein que rompe explícitamente la invarianza Lorentz, generando una teoría que es (power counting) renormalizable.

El punto de vista más extendido: para lograr una descripción cuántica de la gravedad hay que recurrir a un marco que va más allá de las QFT (como la teoría de cuerdas o M-theory).

## 4.2 Polo de Landau (gauge)

Consideremos QED con $n_g$ generaciones de leptones. Si evaluamos la función $\beta$ a un loop obtenemos:

$$\frac{d}{d\ln\mu} g_{QED} = \frac{n_g}{12\pi^2} g_{QED}^3 \tag{4.15}$$

Integrando la ecuación obtenemos:

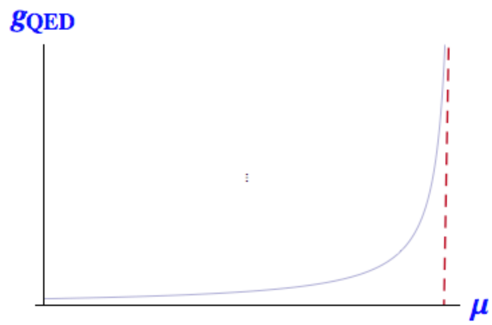


Figure 4.1: Evolución de la constante de acoplamiento de QED a 1-loop

$$g_{QED}^{-2}(\mu) = g_{QED}^{-2}(M_Z) - \frac{n_g}{6\pi^2} \ln\left(\frac{\mu}{M_Z}\right) \tag{4.16}$$

Debido al signo, la constante crece con la energía. De hecho, se genera un polo:

$$g_{QED}^{-2} \to 0 \quad \text{para} \quad \Lambda_L \sim M_Z \ \exp\left(\frac{6\pi^2}{n_g \ g_{QED}^2(M_Z)}\right) \tag{4.17}$$

Usando $\alpha_{em} = \frac{g_{QED}^2(M_Z)}{4\pi} \sim \frac{1}{128}$ obtenemos:

$$\Lambda_L \sim 10^{87} \text{ GeV} \tag{4.18}$$

conocido como *polo de Landau*. Al incorporar quarks, la escala a la que aparece el polo baja a $\sim 10^{34}$GeV. Evidentemente, ha de haber nueva física a energías inferiores a las del polo.

Por otro lado, QED es válida sólo hasta la escala de $M_Z$, a escalas superiores habría que trabajar con el ME al completo, ie, con $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Sin embargo, este problema no desaparece. Si denotamos como $g'$ la constante de acoplamieto de la hipercarga, $U(1)_Y$ y calculamos su evolución a un loop, incluyendo tres generaciones de quarks y leptones, además del el Higgs se obtiene[4]:

$$\frac{d}{d\ln\mu} g' = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{5}{3} \left(\frac{4}{3} n_g + \frac{1}{10}\right) g'^3 \tag{4.19}$$

[4] Véase por ejemplo, P. Ramond, (6.39) en [53]. Atención a distintas normalizaciones de la hipercarga !!

Integrando y fijando $n_g = 3$

$$(g')^{-2}(\mu) = (g')^{-2}(M_Z) - \frac{41}{48\pi^2} \ln\left(\frac{\mu}{M_Z}\right) \tag{4.20}$$

y de nuevo aparece un polo para:

$$\Lambda_L = M_Z \exp\left(\frac{41}{48\pi^2 g'^2(M_Z)}\right) \tag{4.21}$$

Sustitutyendo $g' = \dfrac{g_{QED}}{\cos\theta_W}$ y usando $\alpha_{em}(M_Z) \sim 1/128$, $\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.23$ obtenemos

$$\Lambda_L \sim 10^{41} \text{ GeV} \tag{4.22}$$

Resumiendo: es necesario que exista nueva física antes de $\sim 10^{41}$ GeV. Notemos que $M_{\text{Planck}} < \Lambda_L$.

## 4.3 Sector escalar del ME

El sector de Higgs del ME presenta problemas, algunos de ellos *estéticos*

- Sector introducido *ad hoc*

Queremos inducir la ruptura $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \to SU(3)_C \times U(1)_{em}$. Para ello necesitamos un campo tal que

$$\langle H \rangle \neq 0 \tag{4.23}$$

dado que $SU(3)_C$ no está roto, sólo puede tener números cuánticos de $SU(2)_L$ y de $U(1)_Y$. Tomamos:

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}_{+1} . \tag{4.24}$$

Necesitamos también un potencial:

$$\left.\frac{\partial V}{\partial H}\right|_{H=\langle H\rangle\neq 0} = 0 \tag{4.25}$$

Si imponemos que sea renormalizable, sólo podemos incluir dos tipos de términos:

$$V(H) = m^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2 \tag{4.26}$$

Sin perder generalidad podemos escribir:

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v > 0 \tag{4.27}$$

Sustituyendo en las ecuaciones de minimización (4.25) obtenemos:

$$v^2 = -\frac{m^2}{2\lambda}, \tag{4.28}$$

que ha de igualarse al valor experimental:

$$v^2 = -\frac{m^2}{2\lambda} = (174\,\mathrm{GeV})^2 \tag{4.29}$$

donde hemos usado la normalización estándar del término cinético para campos complejos. Recordemos que hay una diferencia de $\sqrt{2}$ entre normalizaciones de campos reales y complejos, por lo que el campo $h^0 = \sqrt{2}H^0$ tendría un valor esperado de 246 GeV.

### 4.3.1 Origen de los parámetros

1. Signo de $m^2$

   Necesitamos $m^2 < 0$. ¿Qué determina ese signo?

2. Valor de $m^2$

   También hemos fijado a mano $m \sim \mathcal{O}(100\ GeV)$. Nótese que:

   $$m \ll M_P \sim 10^{19}\,\mathrm{GeV} \tag{4.30}$$

3. ¿Cuál es el origen de $\lambda$?

   No es un acoplamiento gauge, de nuevo es arbitrario.

4. Yukawas

   Otra interacción que tampoco es de tipo gauge viene dada por el término a tres campos: [5]

   $$i\widehat{L}_i \bar{e}_j H^* Y^{[e]}_{ij} \quad + \quad h.c. \tag{4.31}$$

[5] En otras notaciones más convencionales, $\sim Y^{[e]} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L . \bar{H}\, \bar{e}_R$ ; $+$ $h.c.$. Aunque no sea lo más convieniente, a veces usaré distinta notación en distintos apartados.

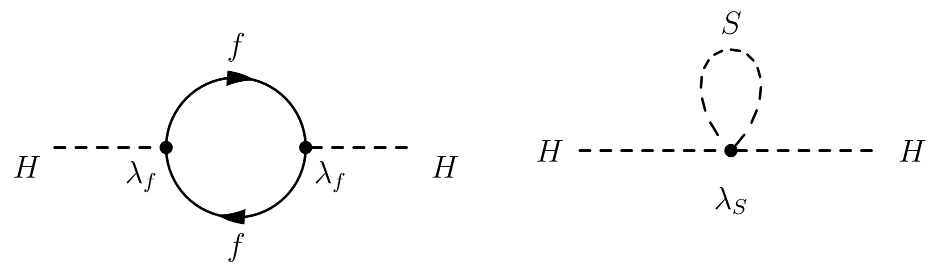


Figure 4.2: Correcciones a la masa del Higgs debidas a fermiones (izda) y a escalares (derecha).

> Estos términos (yukawa) generan las masas de los fermiones cuando el Higgs adquiere un *vev*, como puede verse sustituyendo $H \to \langle H \rangle$ .

Resumiendo, aunque el mecanismo de Brout-Englert-Higgs es elegante, no proviene de una interacción gauge. Por ello hay que introducir "a mano" gran cantidad de parámetos $(m, \lambda, Y_{ij}^{[e]}, Y_{ij}^{[u]}, Y_{ij}^{[d]})$

### 4.3.2 Problema de las jerarquías

El sector de Higgs presenta otro problema más grave: ¿cómo es posible estabilizar la escala electrodébil ($\sim m$) cuando uno espera correcciones radiativas grandes (típicamente, $\mathcal{O}(M_P)$ ) ? Este conflicto se conoce como *problema de las jerarquías* . La mayor parte de los modelos más allá del ME intentan abordarlo de algún modo.

Veamos el origen de este problema. Consideremos fermiones y escalares acoplados al Higgs a través de:

$$\begin{aligned} &\lambda_f H.\, \bar{f}_L\, f_R \quad f = \text{fermión}\,, \\ &\lambda_S |H|^2 |S|^2 \quad S = \text{escalar}\,. \end{aligned} \tag{4.32}$$

Estas interacciones inducen correcciones radiativas a la masa del Higgs que pueden calcularse evaluando los diagramas (divergentes) que mostrados en la figura 4.2 . Obtenemos:

$$\begin{aligned} \Delta_S\, m^2 &= \frac{\lambda_S}{(4\pi)^2}\left[\Lambda^2 - 2m_S^2 \ln\frac{\Lambda}{m_S} + \ldots\right]\,, \\ \Delta_f\, m^2 &= -\frac{2\lambda_f^2}{(4\pi)^2}\left[\Lambda^2 - 2m_f^2 \ln\frac{\Lambda}{m_f} + \ldots\right]\,, \end{aligned} \tag{4.33}$$

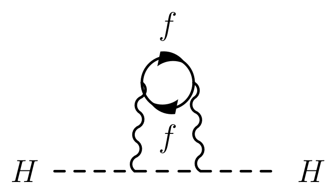


Figure 4.3: Correcciones a la masa del Higgs debidas a fermiones (2-loop) que no se acoplan directamente al Higgs.

siendo $\Lambda$ un regulador asociado al rango de validez de la teoría. Si suponemos que ésta describe correctamente la física hasta la escala de Planck, obtenemos contribuciones gigantescas.

Si en lugar de evaluar estas contribuciones con un cut-off (que es el método que posee más sentido físico) usamos regularización dimensional, tenemos:

$$\delta_{reg.dim.} m^2 \quad = \quad \sum^{\#} \frac{\lambda_b^2}{(4\pi)^2} m_b^2 \left[ \ln \frac{m_b}{\mu} + C \right] \tag{4.34}$$

siendo $m_b$ las masas de las partículas más allá del ME. Identificando $m_b \sim \Lambda$ obtenemos de nuevo el mismo resultado:

$$\delta_{reg.dim.} m^2 \quad \sim \quad \frac{\Lambda^2}{(4\pi)^2} \tag{4.35}$$

Este problema también aparece incluso si consideramos partículas que no se acoplan directamente a Higgs. Un ejemplo: supongamos que incluyo un multiplete de fermiones pesados (de tipo vectorial, para evitar problemas con las anomalías) que se transforma bajo $SU(2)$. Aunque su masa no esté relacionada con el mecanismo de Higgs, contribuirán a su masa a través de los diagramas a dos loops dados en la figura 4.3

Podemos hacer un análisis similar en otros escenario en los que hay una escala adicional grande (teorías de gran unificación, mecanismo de see-saw, etc) y concluir que el problema de las jerarquías es muy genérico.

- Cuestión: Si evaluamos las correccines a $m_H$ asociadas al top, ¿podemos decir algo sobre $\Lambda$ ?

Usando la ec. (4.33) para los valores $\lambda_t \sim 1$ e incluyendo un factor multiplicativo de 3 (número de colores) obtenemos:

$$\delta_{top}\, m^2 \simeq -\frac{\Lambda^2}{(4\pi)^2} \times 2 \times 3 \simeq -0.038\, \Lambda^2 \tag{4.36}$$

Usando

$$m_H^2 = 2m_h^2 \tag{4.37}$$

obtenemos que para el Higgs complejo:

$$(m_H^2)_{fis} = (m_H^2)_0 - 0.076\, \Lambda^2 \tag{4.38}$$

Si imponemos que la masa del Higgs esté en la escala electrodébil:

$$\frac{\Delta m_H^2}{m_H^2} \leq 10 \quad \Longrightarrow \quad \frac{0.076\, \Lambda^2}{m_H^2} \leq 10 \tag{4.39}$$

y por tanto:

$$\Lambda^2 \;\leq\; 131\, m_H^2 \tag{4.40}$$

A modo de ejemplo, si $m_H = 200\,\mathrm{GeV}$ entonces $\Lambda \;\leq\; 2.3$ TeV. Siendo un poco más conservadores, y dado que no sabemos el valor de $m_H^2$ podemos suponer que el ME es válido hasta:

$$\boxed{\Lambda \;\leq\; 2-3 \text{ TeV}}$$

(una cota más severa $\frac{\Delta m_H^2}{m_H^2} \leq 1$ corresponde a $\Lambda \;\leq\; 700$ GeV).

Estas estimaciones sugieren que debe haber nueva física al alcance del LHC.

Si nos fijamos en el término logarítmico:

$$\Delta_{log} m_H^2 = \frac{12}{(4\pi)^2}\, m_t^2 \ln \frac{\Lambda}{m_t} \tag{4.41}$$

obtenemos:

$$\frac{\Delta_{log} m_H^2}{m_H^2} \leq 10 \quad \Longrightarrow \quad \Lambda \leq 10^{30} \text{ GeV} \tag{4.42}$$

que no es significativa, ya que es incluso mayor que la escala de Planck. Tomando un criterio más estricto:

$$\frac{\Delta_{log} m_H^2}{m_H^2} \leq 1 \quad \Longrightarrow \quad \Lambda \leq 100 \text{ TeV} \tag{4.43}$$

Si consideramos modelos con partículas más pesadas que el top (muchas extensiones del ME), entonces $\Lambda$ puede bajar hasta $\Lambda \sim 1$ TeV.

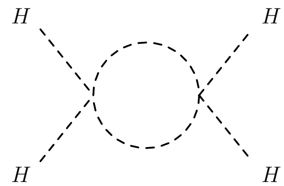


Figure 4.4: Diagrama que domina las correcciones a $\lambda$, el acoplamiento cuártico del Higgs, cuando éste es pesado.

### 4.3.3 Trivialidad y estabilidad

Bibliografía

- Cálculo del potencial efectivo para el Higgs (MS y MSSM): M. Quirós [52]. Pedagógico
- Literatura original (parte) A. Casas, J.R. Espinosa y M. Quirós[12, 13]
- Higgs 125 GeV: Elias-Miro, Espinosa, Giudice, Isidori, Riotto y Strumia [22]

Hay otro acoplamiento, además de los de tipo gauge, que también puede resultar problemático: $\lambda$, el acoplamiento cuártico del Higgs. Recordemos que este acoplamiento no se conoce, ya que está relacionado con la masa del Higgs, para el que únicamente hay cotas (algunas de ellas, indirectas).

- Trivialidad (polo de Landau en $\lambda$)

Dicho acoplamiento también puede presentar polo en sus RGEs. De hecho, al aumentar $m_H$, el valor de la escala a la que aparece el polo disminuye. A partir de $m_H > 800\,\text{GeV}$, la escala del polo incluso es menor que $m_H$, por lo que la teoría es problemática.

La evolución del acoplamiento cuártico [28] viene dada por:

$$16\pi^2 \frac{d\lambda}{d\ln Q} = 24\lambda^2 - (3g'^2 + 9g^2 - 12\lambda_t^2)\lambda + \frac{3}{8}g'^4 + \frac{3}{4}g'^2 g^2 + \frac{9}{8}g^4 - 6\lambda_t^4 + \dots \quad (4.44)$$

Cuando $m_H$ es grande, domina el término $\propto \lambda^2$. Recordemos

$$V = m^2 |H|^2 + \lambda^4 |H|^4 \quad (4.45)$$

por lo que:

$$m_H^2 = -2m^2 = -2\lambda v^2 \tag{4.46}$$

Entonces $m_H \geq 246$ GeV implica $\lambda \geq 1/2$. Para esos valores de $\lambda$ podemos simplicar la RGE:

$$\frac{d\,\lambda}{d\,\ln Q} \simeq \frac{3}{2\pi^2}\lambda^2(Q) \tag{4.47}$$

i.e

$$\lambda^{-1}(Q) = \lambda^{-1}(Q_0) - \frac{3}{2\pi^2}\ln\frac{Q}{Q_0} \tag{4.48}$$

por lo que $\lambda$ crece con la escala, presentando un polo a energía

$$\Lambda_L = Q_0\, e^{2\pi^2/3\lambda(Q_0)}; \quad \lambda(\Lambda_L) \to \infty. \tag{4.49}$$

Para evaluar $\Lambda_L$ podemos tomar $Q_0 \sim m_t$ y usar $\lambda(Q_0) = \dfrac{m_H^2}{2v^2}$.

Notemos que al aumentar $m_H$ (ie, $\lambda$), $\Lambda_L$ disminuye. La interpretación de este polo es la habitual: esperamos que aparezca nueva física antes de que se alcance dicha escala (véase la figura (4.3.3))

Podríamos pensar que dado que $\lambda$ crece, los resultados son no son concluyentes ya que la teoría de perturbaciones, en la que nos hemos basado, deja de ser válida. Sin embargo, cálculos en la lattice confirman dicho escenario [40].

Esta cota es también como conocida como cota de trivialidad[6] Si queremos que la ec.(4.47) sea válida cuando $Q \to \infty$ la única posibilidad es $\lambda = 0$

- Cotas de estabilidad

Para completar el análisis, estudiemos el comportamiento de las RGE's para valores pequeños de $\lambda$ (ie, Higgs muy ligero). La evolución está dominada por el yukawa del top:

$$16\pi^2\frac{d\,\lambda}{d\,\ln Q} \simeq -6\lambda_t^4(Q) \tag{4.50}$$

a través del diagrama mostrado en la figura (4.3.3). Notemos que, contrariamente al caso anterior, el signo de la derivada es negativo por lo que $\lambda$

[6] Este nombre no es muy afortunado

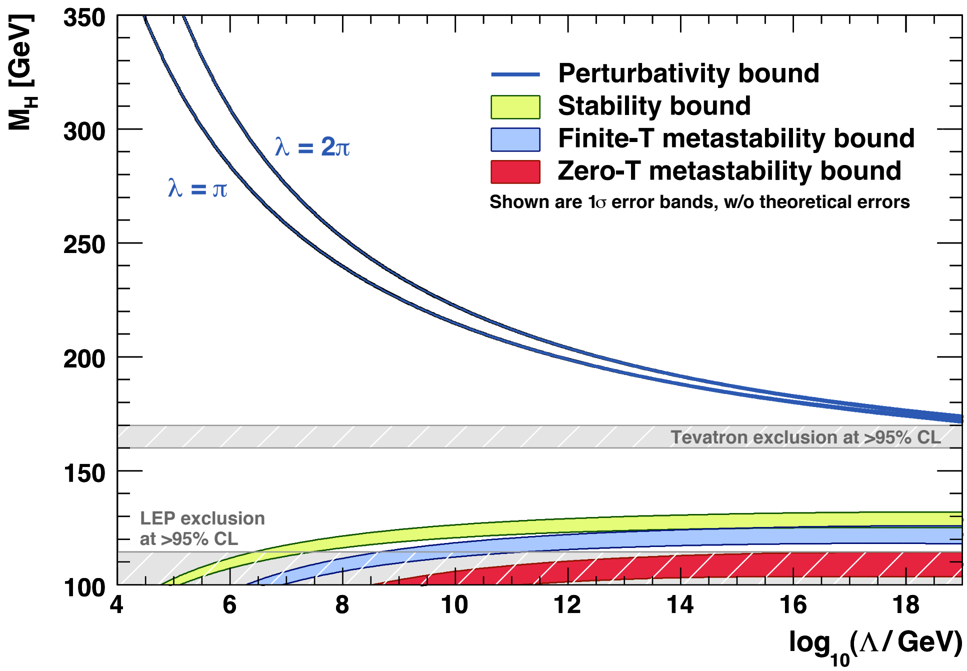


Figure 4.5: Cotas de trivialidad (o perturbatibilidad) y de estabilidad obtenidas del estudio de las RGEs de $\lambda$, el acoplamiento cuártico del bosón de Higgs. Si $130\,\mathrm{GeV} \leq m_H \leq 170\,\mathrm{GeV}$ la teoría es consistente hasta la escala de Planck al considerar tanto estabilidad como trivialidad. (Ellis et al, referencia [23]. También se muestra la banda de exclusión de Tevatron: $160\,\mathrm{GeV} \leq m_H \leq 170\,\mathrm{GeV}$ (95% c.l.)

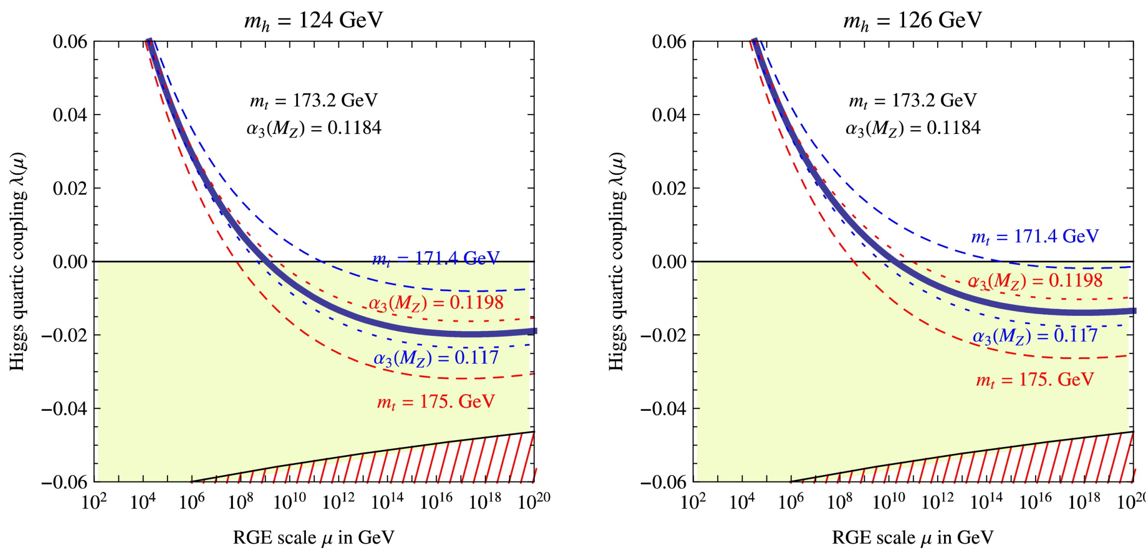


Figure 4.6: Cotas de estabilidad para $m_H = 124, 126$ GeV, 2012 Elias-Miro et al. [22]

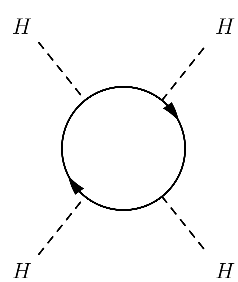


Figure 4.7: Diagrama que determina las contribuciones del quark top al acoplamiento cuártico del Higgs $\lambda$.

decrecerá y se hará negativo, desestabilizando el potencial. Para estimar la escala $\Lambda_S$ a la que ello ocurre, aproximaremos $\lambda_t \simeq cte$. En ese caso:

$$\lambda(Q) = \lambda(Q_0) - \frac{3}{8\pi^2}\lambda_t^4 \ln\frac{Q}{Q_0} \tag{4.51}$$

por lo que la escala de desestabilización será:

$$\Lambda_S = Q_0\, e^{8\pi^2\lambda(Q_0)/3\lambda_t^4}; \quad \lambda(\Lambda_S) \to 0. \tag{4.52}$$

Vemos que al aumentar $m_H$ (ie, $\lambda$), la cota de estabilidad $\Lambda_S$ aumenta.

En la figura 4.3.3 puede verse para cada valor de $\Lambda$ el rango de $m_H$ obtenido a partir de las cotas de trivialidad y de estabilidad.

En particular, puede verse que:

**130** GeV $\leq m_H \leq$ **170** GeV

la teoría es **consistente** hasta la escala de Planck al considerar tanto **estabilidad** como **trivialidad**.

Estos resultados pueden refinarse. Una corrección importante viene dada por la dependencia el yukawa del top, $\lambda_t$, con la escala, ya que en la estimación anterior hemos supesto que $\lambda_t$ era constante. Puede verse que:

$$16\pi^2\frac{d\,\lambda_t}{d\,\ln Q} \simeq \lambda_t(\frac{9}{2}\lambda_t^2 - 8g_3^2) \tag{4.53}$$

El término que domina es el segundo, asociado a las correcciones de QCD, que hace que el yukawa decrezca con la escala.

Preguntas:

- ¿Cómo esperas que varíen estos resultados al incluir supersimetría?
- ¿Y si añadimos una cuarta generación (pesada) al ME?

## 4.4 Contenido de materia

- ¿Por qué los fermiones aparecen en ciertas representaciones del grupo gauge y no en otras?
- ¿Por qué hay tres familias?
- ¿Qué determina la asignación de hipercargas? ¿Por qué dicha carga está cuantizada?

No sabemos por qué los fermiones aparecen en la representación fundamental (ie, dobletes en el caso de $SU(2)$, tripletes para $SU(3)$). Tampoco entendemos por qué hay tres familias. Este aspecto es importante, por ejemplo permite que haya violación de $CP$ (asociada a la matriz $V_{CKM}$)

### 4.4.1 Anomalías quirales & asignación de hipercargas

Sigo a P. Ramond [53], Sección (2.3)

Tampoco entendemos muy bien los valores de las hipercargas. Clásicamente, podrían ser cualesquiera. Cuánticamente, la asignación ha de ser tal que la teoría sea no anómala.

Recordemos que la anomalía de Adler-Bell-Jackiw impide que la teoría sea renormalizable, y por tanto ha de cancelarse. Dicha anomalía se genera a 1-loop, por lo que únicamente hay que asegurase de que los diagramas triangulares correspondientes se anulan. Veamos qué podemos concluir de ésta condición.

La anomalía asociada a tres bosones gauge $A^a_\mu,\ A^b_\nu,\ A^c_\lambda$, es proporcional a [46]

$$tr\ [\gamma^5 t^a \{t^b,\, t^c\}] \tag{4.54}$$

donde la traza involucra los distintos fermiones que contribuyen al l loop (que puede recorrerse en los dos sentidos, por eso aparece el anticonmutador).

Sea el contendo de materia mostrado en la tabla 4.1. Para hacer el cálculo de las anomalías es conveniente[7] trabajar en una notación en la que todos los spinores son Weyl y left-handed (ie, $(\mathbf{2}, \mathbf{1})$ bajo los dos $SU(2) \otimes SU(2)$ isomorfos al grupo de Lorentz). Usualmente el contenido del ME se da usando

[7] Para no liarnos con signos relativos entre contribuciones L y R.

| | Fermion | $SU(2)_L \times SU(3)_C$ | $U(1)_Y$ |
|---|---|---|---|
| $L_i =$ | $\begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L$ | $(\mathbf{2}, \mathbf{1^c})$ | $y_1$ |
| | $\bar{e}_{iL}$ | $(\mathbf{1}, \mathbf{1^c})$ | $y_2$ |
| $\mathbf{Q}_i =$ | $\begin{pmatrix} \mathbf{u_i} \\ \mathbf{d_i} \end{pmatrix}_L$ | $(\mathbf{2}, \mathbf{3^c})$ | $y_3$ |
| | $\bar{\mathbf{u}}_{iL}$ | $(\mathbf{1}, \bar{\mathbf{3}}^{\mathbf{c}})$ | $y_4$ |
| | $\bar{\mathbf{d}}_{iL}$ | $(\mathbf{1}, \bar{\mathbf{3}}^{\mathbf{c}})$ | $y_5$ |

Table 4.1: Asignaciones de hipercarga de los fermiones (2-componentes Weyl left-handed)

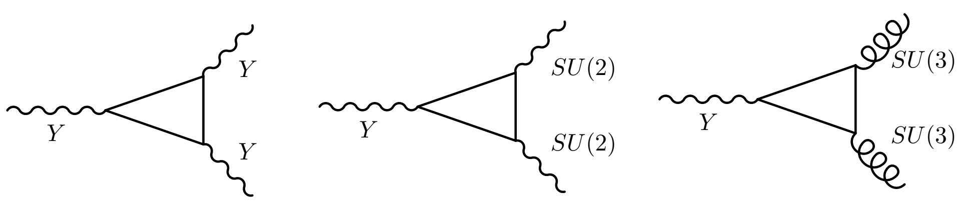


Figure 4.8: Diagramas que podrían generar anomalías gauge en el ME.

ambos, left y right; recordemos que puedo construir un spinor left-handed a partir de un (anti)spinor right simplemente conjugando:

$$\bar{\psi}_L \equiv \sigma_2 \, \psi_R^* \;\sim\; (\mathbf{2}, \mathbf{1}) \tag{4.55}$$

y vivecersa. En particular:

$$\bar{\mathbf{u}}_L \equiv \sigma_2 \, \mathbf{u}_R^* \,, \qquad \bar{\mathbf{d}}_L \equiv \sigma_2 \, \mathbf{d}_R^* \,. \tag{4.56}$$

En esta notación los invariantes Lorentz, singletes de color, aparecen en tres combinaciones (dobletes de $SU(2)_L$)

$$\Delta I_W = \frac{1}{2} \; : \quad \widehat{\mathbf{Q}} \, \bar{\mathbf{u}} \,, \quad \widehat{\mathbf{Q}} \, \bar{\mathbf{d}} \,, \quad \widehat{L} \, \bar{e} \,, \tag{4.57}$$

siendo $\widehat{\psi} \equiv \psi^T \, \sigma_2$.

El grupo $SU(2)_L$ no da problemas[8] ya que no hay singletes en la parte simétrica de tres adjuntas. De manera más explícita: dado que $\{\sigma^a, \sigma^b\} = \delta^{ab}$ y $tr[\sigma^a] = 0$, entonces el diagrama triangular con tres $SU(2)$ siempre se anula.

El grupo de color $SU(3)_C$ podría presentarlas ya que el producto simétrico de los tres generadores en la adjunta NO se anula. Sin embargo, tampoco presenta anomalías quirales ya que bajo su acción los quarks son vector-lik. Vemos que todas las posibles anomalías han de estar asociadas a $U(1)$.

12345678 901xvb-nxvgnxvbnxvb-nxvbn23

Imponiendo que se anulen los tres diagramas de la figura4.8, obtenemos [43, 24]

$$\begin{array}{rrcr} U(1)^3 & Tr[Y^3] & \equiv & 2y_1^3 + y_2^3 + 3(2y_3^3 + y_4^3 + y_5^3) = 0 \,, \\ SU(2)^2\, U(1) & \Sigma_{L\ fermions}\, Y & \equiv & y_1 + 3y_3 = 0 \,, \\ SU(3)^2\, U(1 & \Sigma_{quarks}\, Y & \equiv & 2y_3 + y_4 + y_5 = 0 \,. \end{array} \tag{4.58}$$

Estas ecuaciones relacionan las hipercargas de los leptones con los de los quarks, proporcionándonos indicios de algún tipo de unificación. Notemos que hay dos parámetros independientes, por lo que su cociente es arbitrario (ie, no necesariamente racional).

[8] Además hay una anomalía global asociada a $SU(2)$ que implica que el número total de dobletes ha de ser par [69].

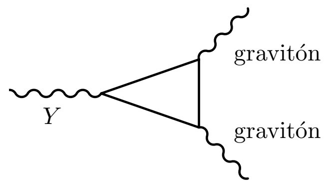


Figure 4.9: Anomalía mixta gravedad-hipercarga.

Podríamos considerar otro tipo de anomalía: la que involucra gravitones e hipercarga[2], como se muestra en el diagrama de la figura 4.9. Su cancelación impone una nueva ecuación:

$$Tr[Y] \equiv 2y_1 + y_2 + 6y_3 + 3y_4 + 3y_5 = 0 \tag{4.59}$$

Esta anomalía no se encuentra al mismo nivel que las demás, ya que hace que entre en juego la gravedad cuántica, que es una teoría no renormalizable. Combinando esta ecuación con las dos últimas de (4.58) se obtiene:

$$y_1 = -3y_3\,, \quad y_2 = 6y_3\,, \quad y_4 = -2y_3 - y_5\,; \tag{4.60}$$

Sustituyendo en la ecuación de la anomalía $U(1)^3$ (ie, la primera en (4.58)) se obtiene:

$$18y_3(2y_3 - y_5)(4y_3 + y_5) = 0 \tag{4.61}$$

De las tres soluciones de la ecuación, la segunda $2y_5 = y_3$ y la tercera $y_5 = -4y_3$ son equivalentes ya que corresponde a intercambiar $y_4$ e $y_5$. Es natural, ya que los campos correspondientes sólo difieren en sus hipercargas. Por ello hay únicamente dos soluciones, $y_3 = 0$ e $y_5 = 2y_3$.

Si además imponemos que la masa de estos fermiones venga proporcionado por su acoplamiento a un (único) Higgs, ello solamente es posible cuando $y_5 = 2y_3$ . El Higgs ha de ser doblete:

$$H = \left( \begin{array}{c} H_1 \\ H_2 \end{array} \right) \sim (\mathbf{2}, \mathbf{1^c})_{y_h} \tag{4.62}$$

El lagrangiano de Yukawa resulta:

$$\mathcal{L}_Y = i\widehat{L}_i\bar{e}_j H^* Y^{[e]}_{ij} \; + \; i\widehat{\mathbf{Q}}_i\bar{\mathbf{d}}_j H^* Y^{[d]}_{ij} + \; i\widehat{\mathbf{Q}}_i\bar{\mathbf{u}}_j \tau_2 H Y^{[u]}_{ij} + c.c. \tag{4.63}$$

donde $\tau_2$ actúa sobre los índices de isospin y los acoplamientos de Yukawa son matrices complejas $3 \times 3$ arbitrarias.

Si denotamos $y_h$ la hipercarga del Higgs tenemos:

$$y_h = y_1 + y_2 = -(y_3 + y_4) = -(y_3 + y_5). \tag{4.64}$$

lo que fija la hipercarga de todos los fermiones.

Normalizando con respecto a la hipercarga del Higgs, se obtiene:

$$y_1 = -1, \;\; y_2 = +2, \;\; y_3 = +\frac{1}{3}, \;\; y_4 = -\frac{4}{3}, \;\; y_5 = +\frac{2}{3} \tag{4.65}$$

| | |
|---|---|
| *Problema 2.* | Añadir un singlete al contenido del ME. Supongamos que hay dos $U(1)$ gauge. Razonando paralelamente al caso anterior, demostrar que existe una única* asignación de hipercargas (además de la trivial, $h'_i = 0$) libre de anomalías, que corresponde a B − L.<br>(*) cualquier combinación lineal también sería no anómala |

## 4.5 Neutrinos

Sigo a P. Ramond[53]

En 1957, motivado por los rumores según los cuales a veces se producían neutrinos en beta decay, propuso que los antineutrinos procedentes del decay podrían *oscilar*, convirtiéndose en neutrinos.

B.Pontecorvo (1957), (1958)

*"If the two-component neutrino theory should turn out to be incorrect and if the conservation law of neutrino charge would not apply, then in principle neutrino $\rightarrow$ antineutrino transitions could take place in vacuo (1957)[51, 50] just on the analogy to the $K^0$ to $\bar{K}0$ transition of Gell-Mann and Pais."*

Los rumores desaparecieron, pero la idea de la oscilación permaneció. En 1962, cuando se estableció experimentalmente que existía un segundo tipo de neutrinos, el grupo de Nagoya (Maki, Nakagawa y Sakata) propuso [41] que dichas oscilaciones podrían tener lugar entre neutrinos de distintos sabores,

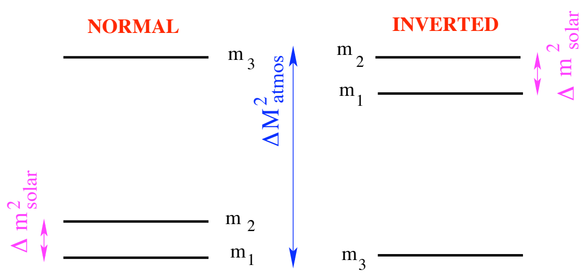


Figure 4.10: Esquemas de masas en oscilaciones con 3 $\nu$ [25]

i.e. lo que hoy conocemos como oscilaciones de neutrinos [25]. En [44] puede verse una introducción histórica.

Las oscilaciones sólo pueden tener lugar si los neutrinos son no degenerados, lo que implica que (al menos alguno de ellos) tienen masa. Puede verse fácilmente [53] que el parámetro que controla dichas oscilaciones es $\Delta m^2$. En la figura 4.10 vemos los dos tipos de jerarquía, normal e invertida, que pueden darse si las oscilaciones involucran tres neutrinos. $\Delta\ m^2_{solar}$ da cuenta de la diferencia de masa requerida por las oscilaciones de los netrinos solares mientras que los atmosféricos fijan $\Delta M^2_{atmos}$. Ajustando los distintos datos experimentales [26] se obtiene:

$$\begin{aligned} m_2^2 - m_1^2 = &\ \ 7.59 \pm 0.20 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV}^2 \\ m_3^2 - m_2^2 = &\ \left\{ \begin{array}{ll} +2.51 \pm 0.11 \times 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2 & jerarquia\ \ normal \\ -2.40 \pm 0.12 \times 10^{-3}\ \mathrm{eV}^2 & jerarquia\ \ invertida \end{array} \right. \end{aligned} \tag{4.66}$$

Es sencillo ampliar el ME tradicional (ie, con neutrinos sin masa) para dar cuenta de este hecho, simplemente hay que añadir un término:

$$\mathcal{L}_{M_\nu} = \ i\widehat{L}_i\overline{N}_j\tau_2 H Y^{[\nu]}_{ij}\ + c.c. \tag{4.67}$$

Sin embargo, esto no acaba de ser satisfactorio por las siguientes razones:

- Yukawas

  A partir de los valores de las valores típicos de las diferencias de masas podemos estimar[9]

$$\lambda_\nu \sim 10^{-13} \tag{4.68}$$

[9]Los datos de oscilaciones no dan la escala de las masas, únicamente las diferencias.

¿Por qué es tan pequeño este Yukawa? Esto resulta a priori extraño [10]

- $\not{L}$

  Si hemos extendido el modelo incluyendo $N_R$ ( o bien su asociado left-handed $\overline{N}_L \equiv \sigma_2 N_R^*$) dado que es un singlete neutro podemos añadir también una masa de Majorana

$$\mathcal{L}_{M_\nu} = \; i\widehat{L}_i \overline{N}_j \tau_2 H Y^{[\nu]}_{ij} \; + M_{ij} \; \widehat{\overline{N}_i} \overline{N}_{ij} + c.c. \tag{4.69}$$

  Este término viola $L$, el número leptónico, una de las simetrías globales (y accidentales) que poseía el Lagrangiano. Podríamos invocar esa simetría para no incluir este término, pero lo más razonable es considerarlo ya que existe la creencia general de que los efectos gravitacionales violan las simetrías globales.[11]

  Al disponer de ese término, la matriz de masas incluye términos de Dirac y de Majorana. Aquí entra en juego el mecanismo de see-saw: es posible obtener masas muy pequeñas asumiendo una jerarquía entre la escala electrodébil y la asociada a $M$. La matriz de los neutrinos 2 x 2, actuando sobre $(\nu, \overline{N})$ será del tipo:

$$\begin{pmatrix} 0 & m_{\mathrm{D}irac} \\ m_{\mathrm{D}irac} & M_{\mathrm{M}aj.} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 0 & \lambda_\nu \langle H_0 \rangle \\ \lambda_\nu^* \langle H_0 \rangle^* & M \end{pmatrix} \tag{4.70}$$

  Diagonalizando la matriz y suponiendo que $M_{\mathrm{M}aj.} \gg m_{\mathrm{D}irac}$, podemos aproximar la masa de los neutrinos ligeros como:

$$m_\nu \sim \frac{m^2_{\mathrm{D}irac}}{M_{\mathrm{M}aj.}} = \frac{|\lambda_\nu \langle H_0 \rangle|^2}{M} \tag{4.71}$$

  Asumiendo que el espectro de los neutrinos es jerárquico y suponiendo que el neutrino más pesado es del mismo orden que la mayor de las diferencias de masas (ie, $m_\nu^2 \sim 2.5\, 10^{-3}$ eV$^2$, véase la ec.(4.66)) obtenemos para $\lambda_\nu \sim 1$ un valor:

---

Las cotas cosmológicas establecen que la suma de la masa de los neutrinos ha de ser $< 0.3$ eV [27]

[10] Podríamos, sin embargo, aplicar el *criterio de naturalidad de 't Hooft* [57]: un parámetro puede ser naturalmente pequeño si haciéndolo nulo aumenta la simetría del lagrangiano. En este caso, la simetría es de tipo quiral

[11] Los agujeros negros pueden "comerse" las cargas globales, y evaporarse posteriormente.

$$M \sim 10^{15} \text{ GeV}. \tag{4.72}$$

La escala de estas partículas pesadas se interpreta como el cut-off natural en la teoría efectiva. De nuevo, esto nos introduce problemas de naturalidad (o problema de las jerarquías )

## 4.6 Asimetría bariónica del universo

*Nota: Véase el review [14]*

Nuestra experiencia nos indica que la materia es mucho más abundante que la antimateria. Las mayores concentraciones de antimateria en la Tierra han sido creadas por el hombre y se encuentran en los aceleradores (ej, Fermilab). Si exploramos distancias mayores, y suponemos que los rayos cósmicos son indicativos de las abundancias de nuestra galaxia, confirmamos esa asimetría. Por ejemplo, el cociente del flujo de protones/antiprotones es:

$$\frac{\bar{p}}{p} \sim 10^{-4} \tag{4.73}$$

que coincide con el esperado si suponemos que no hay otros $\bar{p}$ que los producidos por los choques de los rayos con la materia ordinaria (ie, secundarios). Podríamos pensar que este exceso ocurre en una región del espacio que incluye la Via Láctea, siendo lo opuesto en otras zonas. Un estudio detallado [16] indica que este escenario no es consistente, ya que se esperaría la emisión de rayos $\gamma$ en las zonas de contacto de dichos dominios. Esta contribución al espectro difuso de $\gamma$s execedería los límites actuales. Un parámetro útil para caracterizar la asimetría bariónica es:

$$\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} \tag{4.74}$$

siendo:

$$\begin{aligned} n_B &= \text{densidad de bariones} \\ n_{\bar{B}} &= \text{densidad de antibariones} \\ n_\gamma &= \text{densidad de fotones} \end{aligned}$$

$\eta$ permanece constante durante la expansión del universo, al menos en su última época, dominado por la materia. A veces se usa el cociente de la

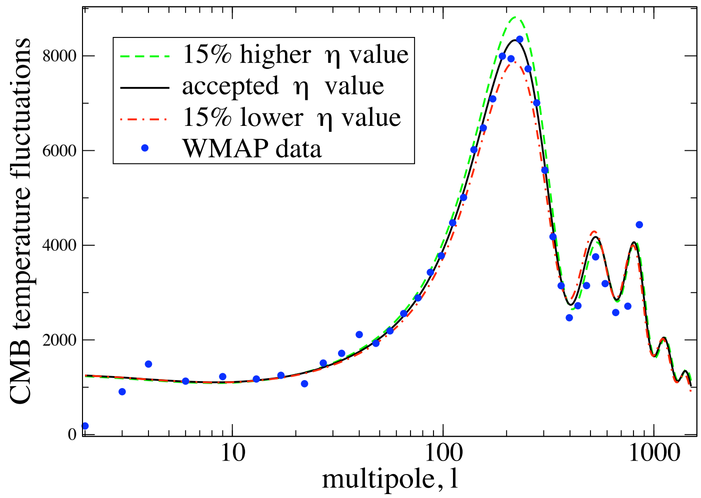


Figure 4.11: Variación de los picos Doppler de la Radiación Cósmica de fondo (CMB) como función del parámetro $\eta$ [14]

diferencia de densidades respecto la entropía:

$$\frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} = \frac{1}{7.04}\eta \tag{4.75}$$

donde hemos empleado la relación entropía/fotones en la actualidad ( $\sim 7$).

En el pasado, $\eta$ se calculaba usando los datos de big bang nucleosíntesis (en concreto, a partir de las abundancias de $^3$He, $^4$He, D, $^6$Li y $^7$Li). El valor así obtenido es consistente con el, más preciso, calculado por los experimentos Cosmic Microwave Background (COBE, WMAP actualmente) a partir de la altura relativa de los picos Doppler (figura (4.6)). Los datos de WMAP (7 años, ref.[33]) proporcionan $\Omega_b h^2 = 0.02260 \pm 0.00053$ y a partir de ello se obtiene:

$$\eta = (6.14 \pm 0.25) \times 10^{-10} \; REVISAR \; calculado \; anterior \; 2 \; years \tag{4.76}$$

¿Cuál es el origen de esta asimetría? Una posibilidad: las condiciones iniciales ya incluían esa asimetría. Esto resulta poco elegante, pero además no es realista en presencia de inflación (el escenario en el que se resuelve de manera natural el problema del horizonte). Otra posibilidad, más atractiva:

el universo, a partir de unas condiciones simétricas evolucionó hacia un estado en el que predominan los bariones.

Sakharov estableció [54] en 1967 las condiciones para que esto ocurra:

- Violación de B.
- Estado de no-equilibrio térmico.
- Violación de CP y C.

El modelo estándar puede cumplir, en principio, esas tres condiciones:

- Violación de B.

  A T=0, los procesos de violación de número bariónico están muy suprimidos. Dichos procesos, no perturbativos, están asociados a transiciones entre distintos vacíos de la teoría y están suprimidos exponencialmente:

  $$P_{1\to 2} \sim \exp\,[-\frac{1}{g^2}cte] \tag{4.77}$$

  El factor de supresión viene dado por la acción del instantón asociado a $SU(2)_L$, que actúa como fuente para $j_{B+L}$ .

  Si $T \neq 0$ la transición no sólo puede ser por tunneling, sino que puede haber fluctuaciones térmicas que permitan saltar por encima de la barrera. La altura de dicha barrera es proporcional al *vev* del campo escalar (el Higgs). De hecho, viene dada por la energía del sphaleron[12], una configuración clásica estática e inestable[42] que involucra al Higgs y a los bosones gauge de, esencialmente[13] , $SU(2)$.

- Estado de no-equilibrio

  Puede venir inducido por el Higgs si éste sufre una transición de fase de primer orden (formación de burbujas) desde la fase simétrica, $\langle H\rangle = 0$, a la rota $\langle H\rangle \neq 0$.

- $\not{C}\!\not{P}, \not{P}$

  El ME viola P (maximalmente en el sector $SU(2)$) y CP (inducido por la matriz de CKM).

[12]Del griego antiguo $\sigma\phi\alpha\lambda\epsilon\rho\acute{o}\xi$ = *"a punto de caer"* .

[13]Como el Higgs posee hipercarga, $U(1)$ también interviene en el sphaleron.

Sin embargo, una análisis detallado muestra que esto no es posible. En primer lugar, la violación de CP es muy pequeña (aparecen multiples factores de supresión del tipo $\Delta m_f/m_W$). Por otro lado una transición de fase de primer orden implica un Higgs ligero, incompatible con las cotas del bosón del Higgs.

| | |
|---|---|
| **Resumen:** | El Modeo Estándar NO es compatible con bariogénesis electrodébil.<br>Para que lo fuera, habría que modificar el ME :<br>1) extendiendo el sector de Higgs<br>2) incluyendo nuevas fuentes de CP. |

Otra posibilidad: Leptogénesis (véase [19])
Langacker: [39]

## 4.7 Ausencia de candidato a materia oscura

Evidencias de materia oscura:

- Indirectas: Curvas de rotación de galaxias

Supongamos una estrella **periférica** en la galaxia, de manera que la masa que siente es cte aunque me aleje un poco. Uno espera:

$$M'\frac{v^2}{r} \equiv G\frac{MM'}{r^2} \implies v \sim r^{-1/2}$$

Si analizo algo más interior, la ley cambia porque $M = M(r)$

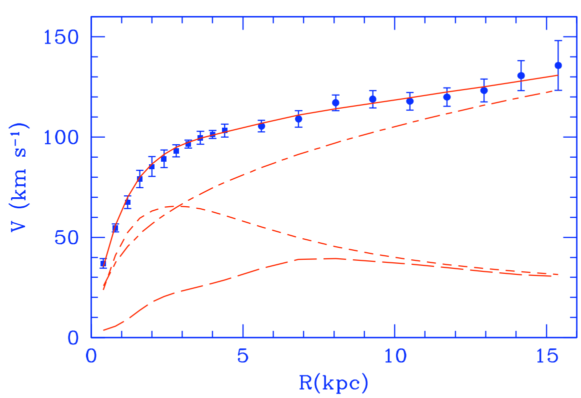


Figure 4.12: Curva de rotación de la galaxia espiral M33 (puntos y ajuste en la línea continua). También se indican la contribución del halo (discontinuo+ punteado), el disco estelar (discontinuo corto) y la contribución del gas (discontinuo largo) [17]

- CMB data
- Directas: Distribución de materia en choques de cluster de galaxias

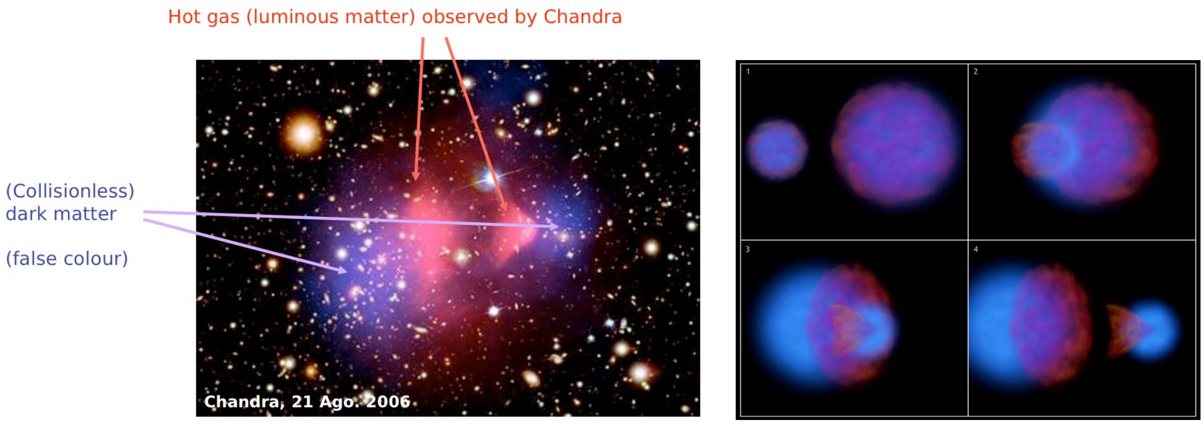


Figure 4.13: Bullet cluster [15], formado a partir de la colisión (150 millones de años) de dos clusters de galaxias en la constelación Carina. El gas rosa, formado por materia ordinaria, está más caliente que el azul (galaxias + materia oscura) porque sufre la colisión. La materia oscura se ha detectado por sus efectos de gravitational lensing. A la izda se puede ver una simulación.

Una alternativa a materia oscura: MOND (Modified Newton Dynamics). Esencialmente, la idea es modificar la ley de Newton en el rango de grandes distancias.

*NOTA: Esta sección quedará cubierta en la segunda parte del curso*

## 4.8 Problema CP fuerte

A mediados de los 70 se empezó a ver la relevancia de los instantones en QCD. Desde entonces, quedó claro que es posible añadir a la acción de QCD el término:

$$I_\theta = \frac{\theta}{32\pi^2} \int d^4x \; \epsilon^{\mu\nu\sigma\rho} \, \mathrm{tr} \, F_{\mu\nu} F_{\sigma\rho}. \tag{4.78}$$

que induce interacciones que violan CP. El parámetro $\theta$ es un acoplamiento, y la interacción que modula da cuenta del *instanton number* de Yang-Mills. Dado que dicho número es un entero (de hecho, el *instanton number* viene determinado por las condiciones de contorno módulo un entero), $\theta$ es una variable angular.

El problema CP fuerte [11] es el problema de explicar la pequeñez de $\theta$ (o mejor dicho, de $\bar{\theta}$, el parámetro $\theta$ efectivo que resulta al rotar las masas desnudas de los quarks para que sean reales [20] :

$$\int \left( -m\bar{q}q + \frac{\theta}{32\pi^2} F\tilde{F} \right) \to \int \left( -m\bar{q}e^{2i\gamma_5\alpha} q + \frac{\theta - 2\alpha}{32\pi^2} F\tilde{F} \right) \tag{4.79}$$

siendo $\tilde{F}^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\sigma\rho} F_{\sigma\rho}$). Las cotas superiores sobre el momento dipolar eléctrico del neutrón, $|d_n| < 2.9 \times 10^{-26} \, e\, cm$ según los últimos datos [37], se traducen en el límite $|\bar{\theta}| < 0.7 \times 10^{-11}$.

En la literatura se encuentran tres soluciones a el problema CP fuerte:

- Si al menos uno de los quarks no tiene masa, es posible a través de una rotación fijar a cero el parámetro $\bar{\theta}$. Sin embargo, los datos experimentales[14] indican que $m_u = 2.5 \pm 1\,\mathrm{MeV}$, $m_d = 5.1 \pm 1.5\,\mathrm{MeV}$, y los cálculos en la lattice también demuestran que $m_u \neq 0$. Por tanto, esta solución no es realista.

- Modelos en los que CP es una simetría ($\theta = 0$) espontáneamente rota ($\bar{\theta} \neq 0$). Dado que $\bar{\theta}$ recibe contribuciones de la matriz (compleja) de quarks, para que dicho parámetro sea suficientemente pequeño hay que lograr que el determinante sea real y positivo. Hay modelos en los que esto ocurre [45, 8], introduciendo materia adicional (e.g. quarks vectoriales pesados).

[14] Véase A. V.Manohar y C. T. Sachrajda [4] en Particle Data Book.

- $\bar{\theta}$ puede disminuir dinámicamente, haciéndose suficientemente pequeño si existe una nueva partícula ligera, el axión [38], que se acopla a él. Las propiedades del axión (esencialemente su masa y su acoplamiento) están muy restringidos por sus consecuencias astrofísicas y cosmológicas [38].

Sigo [32].

- Las cotas cosmológicas provienen de bariogénesis. Por debajo de $\sim$ MeV, los procesos débiles $p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e$ que tienen lugar en el plasma primordial ya no son eficientes, fijando el cociente $n/p \sim 1/7$. Este *freeze-out* depende crucialmente del ritmo de expansión, H , que a su vez crece al aumentar la densidad $\rho$ de energía de las partículas del plasma
- Las cotas astrofísicas se obtienen estudiando la evolución estelar. En los modelos actuales, la pérdida de energía se origina por los neutrinos del core y por los fotones de la superficie. Aunque la producción de axiones no sería muy grande, éstos escaparían facilmente afectando apreciablemente la evolución estelar.

# Chapter 5

# BSM & Operadores efectivos

+ Biblio: Willenbrock:[68] "Symmetries of the Standard Model", TASI Lectures 2004.

## 5.1 Simetrías globales

Para obtener el ME, hemos impuesto que el lagrangiano posea varias simetrías ($SU(3)\times SU(2)\times U(1)$, invarianza Lorentz, hermiticidad) Pero además, existen varias simetrías globales que no hemos impuesto, siendo por tanto *accidentales*.

En el límite en el que los neutrinos no tiene masa, las simetrías globales serían $B$, el número bariónico y los tres números leptónicos, $L_e, L_\mu, L_\tau$. Bajo ellos:

$$U(1)_B \equiv \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbf{Q} & \to & e^{+i\alpha/3}\ \mathbf{Q} \\ \bar{\mathbf{u}} & \to & e^{-i\alpha/3}\ \bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{d}} & \to & e^{-i\alpha/3}\ \bar{\mathbf{d}} \end{array} \right. \qquad U(1)_{L_i} \equiv \left\{ \begin{array}{ccc} L_i & \to & e^{+i\beta_i}\ L_i \\ \bar{e}_i & \to & e^{-i\beta_i}\ \bar{e}_i \end{array} \right. \quad i \equiv e, \mu, \tau \tag{5.1}$$

No todas las simetrías clásicas de la teoría son conservadas cuánticamente. En este caso, los efectos no-perturbativos asociados a $SU(2)$ la rompen parte de estas simetrías. Las transiciones mediadas por dichos efectos originan la creación (o destrucción) de todos los dobletes de SU(2) fermiónicos del ME, apareciendo 3 quarks por cada lepton debido a la multiplicidad dada por el color (figura 5.1 )

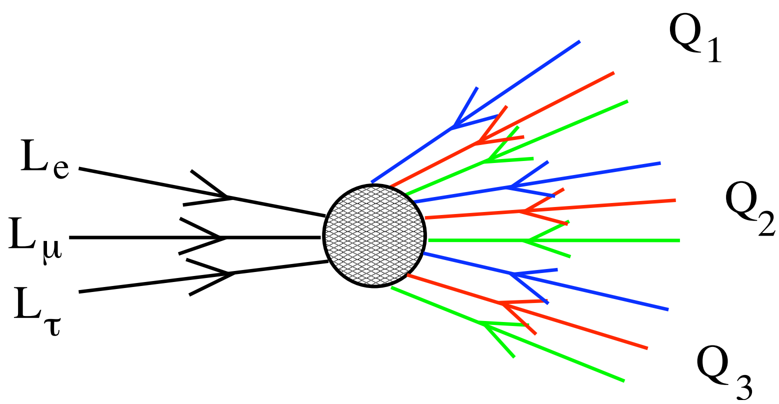


Figure 5.1: Transiciones mediadas por los instantones (o esfalerones, en la fase rota) asociados a $SU(2)$. Nótese que $\Delta B = \Delta L = \pm 3$. Fig. de ref. [14].

Ello rompe $B + L$ (siendo $L = L_e + L_\mu + L_\tau$, i.e. el número leptónico genérico), conservándose únicamente $B - L$ y las diferencias $L_i - L_j$ (de las que obviamente hay sólo dos independientes).

Si modificamos el ME para dar cuenta de las oscilaciones de neutrinos, tendríamos que violar los números lepónicos de sabor. Nótese que sin embargo que en las oscilaciones se conserva el número leptónico global $L$. De hecho, no se ha visto en el laboratorio ningún proceso que viole $B$ (como podría ser la desintegración del protón) o $L$ (e..g., neutrinoless double $\beta$-decay).

Por ejemplo

$$^{76}Ge \;\to\; ^{76}Se + e^- + e^- \qquad \tau > 10^{25} \text{ años}$$

## 5.2 Violación de $L$

### 5.2.1 Operador de Weinberg

Dado que $L$ no tiene por qué conservarse, podríamos pensar que se viola debido a interacciones asociadas una escala más alta. Podemos analizar su efecto añadiendo al ME los operadores efectivos que generen éstas . ¿Cuál es el operador de dimensión más baja que viola $L$? Resulta ser de dimension 5, es el operador de Weinberg[64]:

Es simetrico, por lo que el isospin es 1 (ie, un triplete). Hay que formar otro triplete con los Higgsses y contraer

$$\frac{1}{\Lambda_L} LL.HH = \frac{f_{ij}}{\Lambda_L} \quad \widehat{L}_i \tau_2 \vec{\tau} L_j \,.\, H^t \tau_2 \vec{\tau} H \tag{5.2}$$

y es el único.

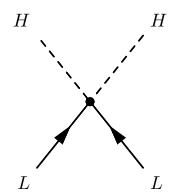


Figure 5.2: Diagrama asociado al operador de Weinberg dado en (5.2)

EJERCICIO:

Comprobar que el operador siguiente (producto de dos singletes $SU(2)_L$):

$$\frac{1}{\Lambda_L} LH\ LH = \frac{f'_{ij}}{\Lambda_L} \quad (\widehat{L}_i \tau_2 H)\ (H^t \tau_2 L_j) \tag{5.3}$$

es proporcional al anterior .

### Genera el ME dicho operador??

Podríamos pensar que, como las anomalías de $SU(2)$ violan $B+L$, podría generarse algún término de estos en el ME. Como $B-L$ se conserva, tendríamos que añadir un operador $\mathcal{O}$ escalar, neutro, singlete:

$$\frac{f_{ij}}{\Lambda^n} \quad \widehat{L}_i \tau_2 \vec{\tau} L_j \,.\, H^t \tau_2 \vec{\tau} H \quad \mathcal{O} \tag{5.4}$$

con $\Delta B = 2$ (por ejemplo, hecho de 6 quarks) . Sin embargo las interacciones no generan dicho término. Si fuera así, QCD violaría número bariónico, que es una simetría vectorial y QCD no rompe espontáneamente simetrías vectoriales[1], de acuerdo con el teorema de Vafa-Witten [59].

Volvamos ahora al operador de Weinberg. Cuando el Higgs adquiere un valor esperado, se genera una masa de Majorana para los neutrinos

$$m_\nu \;\; \hat{\nu}_i \nu_j \sim \frac{\langle H_0 \rangle^2 f_{ij}}{\Lambda_L} \quad \hat{\nu}_i \nu_j \tag{5.5}$$

Seguramente esta es la manera *más económica* de explicar la masas de los neutrinos: simplemente hay que suponer que hay violación de $L$ a una cierta escala. Si esta escala es mucho mayor que la de la ruptura electrodébil, ello podría explicar la pequeñez de las masa de los neutrinos. Al analizar los datos experimentales, la hipótesis de un espectro jerárquico es la que predice unas masas más pequeñas para los neutrinos, $m_\nu \sim$ eV . Aplicando la ecuación 5.5 y suponiendo $f \sim O(1)$ obtenemos:

$$\Lambda_L \sim 10^{15}\,\mathrm{GeV}\ , \tag{5.6}$$

que resulta ser una escala próxima a esperada para la unificación $\Lambda_{GUT} \sim 10^{16}\,\mathrm{GeV}$ ,

Veamos un par de casos sencillos de nueva física en la que se genera dicho operador.

### 5.2.2 Type I see-saw

Añadimos al Lagragiano del ME unos fermiones neutros, $\overline{N}_i$, **singletes** de $SU(2)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{+\,Neutrinos} \;\; = \;\; & \overline{N}_i^{\dagger} \sigma^\mu \partial_\mu \overline{N}_i \\ & + i\widehat{L}_i \overline{N}_j \tau_2 H Y^{[\nu]}_{ij} \; + \; M_{ij}\; \widehat{\overline{N}_i} \overline{N}_j + c.c. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Si supongo que trabajo a escalas $\ll M$, la masa de majorana de los neutrinos pesados, puedo "integrar" ese campo. Esencialmente, elimino $\overline{N}_i$ usando

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \overline{N}_i} = 0 \tag{5.8}$$

[1] Esto es válido siempre que $\theta_{QCD} = 0$

que produce

$$\widehat{\widehat{N}}_i \equiv -\, i\frac{1}{2}\widehat{L}_i \tau_2 H \; (Y^{[\nu]} M^{-1})_{ij} \tag{5.9}$$

Sustituyendo, en el lagrangiano vemos que el término de Yukawa se genera el operador de Weinberg (en su forma singlete por singlete) :

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{ME} - \frac{1}{2}\frac{(Y^{[\nu]})^2}{M} \; (LH)(LH) \tag{5.10}$$

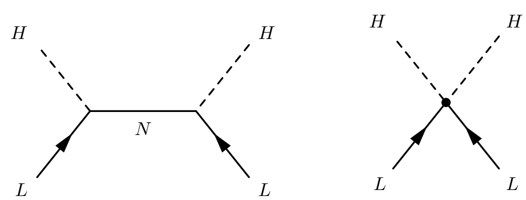


Figure 5.3: Diagrama (izda) asociado al intercambio del neutrino, singlete $SU(2)_L$, $N$ (pesado), que genera (dcha) el operador de Weinberg $LH\, LH$

Diagramáticamente, la interacción que genera este operador está representada en la figura 5.3

### 5.2.3 Type III see-saw

El mecanismo anterior se puede generalizar incluyendo uno (o varios) **tripletes** de fermiones de $SU(2)_L$ de hipercarga cero (ie, de cargas eléctricas $(+1, 0, -1)$) y asumiendo que sus masas de Majorana son grandes comparadas con la escala electrodébil.

EJERCICIO:

Construir el lagrangiano genérico en ese caso. Comprobar que si la masa de los tripletes es grande, al integrarlos se obtiene el operador de Weinberg (esta vez aparece en su forma triplete por triplete, $LL\,.\,HH$)

### 5.2.4 Nota: violación espontánea de $L$

Transcribo a P. Ramond, pag 244-246

En los modelos anteriores, $L$ se viola explícitamente. Sin embargo, no es difícil construir modelos en los que el lagrangiano conserve el n'umero leptónico pero el vacío no.

#### Ruptura con isosinglete

El más sencillo es completamente análogo al see-saw tipo I, salvo que en lugar de término de masa de Majorana el lagrangiano contiene un campo escalar singlete, $\Phi$, que tiene $L = 2$.

$$\Delta\mathcal{L} \;=\; +\,Y^{[\nu]}_{ij}\,\widehat{L}_i\overline{N}_j\tau_2 H \;+\; Y^{[0]}_{ij}\,\widehat{\overline{N}}_i\overline{N}_j\Phi + c.c. - V(\Phi, H) \tag{5.11}$$

El potencial, que conserva el número leptónico resulta ser:

$$V(\Phi, H) = -M^2\Phi^*\Phi \;+\; \Lambda_0(\Phi^*\Phi)^2 \;+\; \Lambda_1\Phi^*\Phi\, H^\dagger H \tag{5.12}$$

Según el rango de parámeros, $\langle\Phi\rangle \neq 0$, rompiéndose espontáneamente el número leptónico. Dado que este era una simetría global, habrá un boson de Nambu-Goldstone asociado. Este se conoce como *Majoron*, y se denota $J$. Como todos los bosones de Goldston, se acopla derivativamente a la corriente, $\mathcal{J}_\mu$, asociada a la simetría rota:

$$\Delta\mathcal{L}_{Maj} = \frac{1}{V} J(x)\partial^\mu {\mathcal{J}_\mu}^l, \tag{5.13}$$

siendo $V$ el vev del campo que la rompe. En el caso anterior, (isosinglete) $V = \langle\Phi\rangle$ y

$$\Delta\mathcal{J}^l_\mu = -2\Phi^*\overleftrightarrow{\partial_\mu}\Phi + \nu^\dagger_i\sigma_\mu\nu_i + e^\dagger_i\sigma_\mu e_i - \overline{e}^\dagger_i\sigma_\mu\overline{e}_i \tag{5.14}$$

Utilizando las ec del moviento puede verse que se genera un vértice Majoron-electron que permitiría la conversión e-Majoron a través del proceso:

$$\gamma + e^- \to J + e^- \tag{5.15}$$

Pueden deducirse cotas para $V$, que controla el acoplamiento del Majoron, a partir de la existencia de gigantes rojas ya que este proceso disiparía la energía de las estrellas y no existirían.

#### Ruptura con isotriplete

Análogamente al caso anterior, se puede introducir un Majoron triplete. Los detalles están en su libro.

## 5.3 Violación de B

## 5.4 Simetrías aproximadas

### 5.4.1 QED: Simetría quiral y $(g-2)_e$

### 5.4.2 ME: Simetrías globales y violación de sabor

Minimal Flavour[18]

# Bibliography


[1] I. J. R. Aitchison. Supersymmetry in particle physics: An elementary introduction. Cambridge, UK: Univ. Pr. (2007) 222 p.

[2] Luis Alvarez-Gaume and Edward Witten. Gravitational Anomalies. *Nucl. Phys.*, B234:269, 1984. doi:10.1016/0550-3213(84)90066-X.

[3] Claude Amsler et al. Review of particle physics. *Phys. Lett.*, B667:1, 2008. Available from: http://pdg.lbl.gov/, doi:10.1016/j.physletb.2008.07.018.

[4] C.T. Sachrajda A.V. Manohar. Quark Masses, en Review of particle physics. 2008. Available from: http://pdg.lbl.gov/2009/reviews/rpp2009-rev-quark-masses.pdf.

[5] D. Bailin and A. Love. Introduction to gauge field theory. Bristol, Uk: Hilger ( 1986) 348 P. ( Graduate Student Series In Physics).

[6] D. Bailin and A. Love. Supersymmetric gauge field theory and string theory. Bristol, UK: IOP (1994) 322 p. (Graduate student series in physics).

[7] Dmitri Yu. Bardin and G. Passarino. The standard model in the making: Precision study of the electroweak interactions. Oxford, UK: Clarendon (1999) 685 p.

[8] Stephen M. Barr. Solving the Strong CP Problem Without the Peccei-Quinn Symmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 53:329, 1984. doi:10.1103/PhysRevLett.53.329.

[9] W. Buchmuller and C. Ludeling. Field theory and standard model. 2006. arXiv:hep-ph/0609174.

[10] C. P. Burgess. Introduction to effective field theory. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 57:329–362, 2007. arXiv:hep-th/0701053, doi:10.1146/annurev.nucl.56.080805.140508.

[11] Curtis G. Callan, Jr., R. F. Dashen, and David J. Gross. The structure of the gauge theory vacuum. *Phys. Lett.*, B63:334–340, 1976. doi:10.1016/0370-2693(76)90277-X.

[12] J. A. Casas, J. R. Espinosa, and M. Quiros. Improved Higgs mass stability bound in the standard model and implications for supersymmetry. *Phys. Lett.*, B342:171–179, 1995. arXiv:hep-ph/9409458, doi:10.1016/0370-2693(94)01404-Z.

[13] J. A. Casas, J. R. Espinosa, and M. Quiros. Standard Model stability bounds for new physics within LHC reach. *Phys. Lett.*, B382:374–382, 1996. arXiv:hep-ph/9603227, doi:10.1016/0370-2693(96)00682-X.

[14] James M. Cline. Baryogenesis. 2006. arXiv:hep-ph/0609145.

[15] Douglas Clowe et al. A direct empirical proof of the existence of dark matter. *Astrophys. J.*, 648:L109–L113, 2006. arXiv:astro-ph/0608407.

[16] Andrew G. Cohen, A. De Rujula, and S. L. Glashow. A matter-antimatter universe? *Astrophys. J.*, 495:539–549, 1998. arXiv:astro-ph/9707087, doi:10.1086/305328.

[17] Edvige Corbelli and Paolo Salucci. The Extended Rotation Curve and the Dark Matter Halo of M33. 1999. arXiv:astro-ph/9909252.

[18] G. D'Ambrosio, G. F. Giudice, G. Isidori, and A. Strumia. Minimal flavour violation: An effective field theory approach. *Nucl. Phys.*, B645:155–187, 2002. arXiv:hep-ph/0207036, doi:10.1016/S0550-3213(02)00836-2.

[19] Sacha Davidson, Enrico Nardi, and Yosef Nir. Leptogenesis. *Phys. Rept.*, 466:105–177, 2008. arXiv:0802.2962, doi:10.1016/j.physrep.2008.06.002.

[20] Michael Dine. TASI Lectures on the strong CP problem. 2000. arXiv:hep-ph/0011376.

[21] J. F. Donoghue, E. Golowich, and Barry R. Holstein. Dynamics of the Standard Model. *Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.*, 2:1–540, 1992.

[22] Joan Elias-Miro, Jose R. Espinosa, Gian F. Giudice, Gino Isidori, Antonio Riotto, et al. Higgs mass implications on the stability of the electroweak vacuum. *Phys.Lett.*, B709:222–228, 2012. `arXiv:1112.3022`, `doi:10.1016/j.physletb.2012.02.013`.

[23] J. Ellis, J. R. Espinosa, G. F. Giudice, A. Hoecker, and A. Riotto. The Probable Fate of the Standard Model. *Phys. Lett.*, B679:369–375, 2009. `arXiv:0906.0954`, `doi:10.1016/j.physletb.2009.07.054`.

[24] C. Q. Geng and R. E. Marshak. Uniqueness Of Quark And Lepton Representations In The Standard Model From The Anomalies Viewpoint. *Phys. Rev.*, D39:693, 1989. `doi:10.1103/PhysRevD.39.693`.

[25] M. C. González-García and Michele Maltoni. Phenomenology with Massive Neutrinos. *Phys. Rept.*, 460:1–129, 2008. `arXiv:0704.1800`, `doi:10.1016/j.physrep.2007.12.004`.

[26] M. C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, and Jordi Salvado. Updated global fit to three neutrino mixing: status of the hints of $\theta_{13} > 0$. 2010. `arXiv:1001.4524`.

[27] Ariel Goobar, Steen Hannestad, Edvard Mortsell, and Huitzu Tu. A new bound on the neutrino mass from the SDSS baryon acoustic peak. *JCAP*, 0606:019, 2006. `arXiv:astro-ph/0602155`.

[28] John F. Gunion, Howard E. Haber, Gordon L. Kane, and Sally Dawson. The Higgs Hunter's guide. Westview Press, (2000) 348 p.

[29] Timothy J. Hollowood. 6 Lectures on QFT, RG and SUSY. 2009. `arXiv:0909.0859`.

[30] Petr Horava. Membranes at Quantum Criticality. *JHEP*, 03:020, 2009. `arXiv:0812.4287`, `doi:10.1088/1126-6708/2009/03/020`.

[31] Petr Horava. Quantum Gravity at a Lifshitz Point. *Phys. Rev.*, D79:084008, 2009. `arXiv:0901.3775`, `doi:10.1103/PhysRevD.79.084008`.

[32] Joerg Jaeckel and Andreas Ringwald. The Low-Energy Frontier of Particle Physics. 2010. arXiv:1002.0329.

[33] N. Jarosik et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic Errors, and Basic Results. 2010. arXiv:1001.4744.

[34] M. Kaku. Quantum field theory: A Modern introduction. New York, USA: Oxford Univ. Pr. (1993) 785 p.

[35] David B. Kaplan. Effective field theories. 1995. arXiv:nucl-th/9506035.

[36] David B. Kaplan. Five lectures on effective field theory. 2005. arXiv:nucl-th/0510023.

[37] Jihn E. Kim. A review on axions and the strong CP problem. *AIP Conf. Proc.*, 1200:83–92, 2010. arXiv:0909.3908, doi:10.1063/1.3327743.

[38] Jihn E. Kim and Gianpaolo Carosi. Axions and the Strong CP Problem. 2008. arXiv:0807.3125.

[39] Paul Langacker. Introduction to the Standard Model and Electroweak Physics. 2009. arXiv:0901.0241.

[40] M. Luscher and P. Weisz. Scaling Laws and Triviality Bounds in the Lattice phi**4 Theory. 2. One Component Model in the Phase with Spontaneous Symmetry Breaking. *Nucl. Phys.*, B295:65, 1988. doi:10.1016/0550-3213(88)90228-3.

[41] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28:870–880, 1962. doi:10.1143/PTP.28.870.

[42] L. McLerran. Anomalies, Sphalerons and Baryon Number Violation in Electro-weak Theory. *Acta Physica Polonica*, 20:0249, 1989. Available from: http://th-www.if.uj.edu.pl/~acta/vol20/pdf/v20p0249.pdf.

[43] J. A. Minahan, Pierre Ramond, and R. C. Warner. A comment on anomaly cancellation in the Standard Model. *Phys. Rev.*, D41:715, 1990. doi:10.1103/PhysRevD.41.715.

[44] M. Nakagawa. Proposal of neutrino flavor oscillation. 1998. `arXiv:hep-ph/9902413`.

[45] Ann E. Nelson. Naturally Weak CP Violation. *Phys. Lett.*, B136:387, 1984. `doi:10.1016/0370-2693(84)92025-2`.

[46] Michael Edward Peskin and Daniel V. Schroeder. An Introduction to quantum field theory. Reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p.

[47] Antonio Pich. Effective field theory. 1998. `arXiv:hep-ph/9806303`.

[48] J. Polchinski. String theory. Vol. 1: An introduction to the bosonic string. Cambridge, UK: Univ. Pr. (1998) 402 p.

[49] J. Polchinski. String theory. Vol. 2: Superstring theory and beyond. Cambridge, UK: Univ. Pr. (1998) 531 p.

[50] B. Pontecorvo. Mesonium and antimesonium. *Sov. Phys. JETP*, 6:429, 1957.

[51] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Sov. Phys. JETP*, 7:172–173, 1958.

[52] Mariano Quiros. Finite temperature field theory and phase transitions. 1999. `arXiv:hep-ph/9901312`.

[53] Pierre Ramond. Journeys Beyond the Standard Model. Reading, Mass., Perseus Books, 1999.

[54] A. D. Sakharov. Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 5:32–35, 1967.

[55] Assaf Shomer. A pedagogical explanation for the non-renormalizability of gravity. 2007. `arXiv:0709.3555`.

[56] G. 't Hooft. The making of the standard model. *Nature*, 448:271–273, 2007. `doi:10.1038/nature06074`.

[57] Gerard 't Hooft. Naturalness, chiral symmetry, and spontaneous chiral symmetry breaking. *NATO Adv. Study Inst. Ser. B Phys.*, 59:135, 1980.

[58] J. Terning. Modern supersymmetry: Dynamics and duality. Oxford, UK: Clarendon (2006) 324 p.

[59] Cumrun Vafa and Edward Witten. Parity Conservation in QCD. *Phys. Rev. Lett.*, 53:535, 1984. doi:10.1103/PhysRevLett.53.535.

[60] Steven Weinberg. Cosmology. Oxford, UK: Oxford Univ. Pr. (2008) 593 p.

[61] Steven Weinberg. Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity. John Wiley and Sons. (1972) 657 p.

[62] Steven Weinberg. The Quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations. Cambridge, UK: Univ. Pr. (1995) 609 p.

[63] Steven Weinberg. The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications. Cambridge, UK: Univ. Pr. (1996) 489 p.

[64] Steven Weinberg. Baryon and Lepton Nonconserving Processes. *Phys. Rev. Lett.*, 43:1566–1570, 1979. doi:10.1103/PhysRevLett.43.1566.

[65] Steven Weinberg. The making of the standard model. *Eur. Phys. J.*, C34:5–13, 2004. arXiv:hep-ph/0401010, doi:10.1140/epjc/s2004-01761-1.

[66] Steven Weinberg. Effective Field Theory, Past and Future. 2009. arXiv:0908.1964.

[67] Steven Weinberg. The Quantum Theory of Fields: Effective or Fundamental? Talk at CERN, 07-07-2009. Video: http://cdsweb.cern.ch/record/1188567.

[68] Scott Willenbrock. Symmetries of the standard model. 2004. arXiv:hep-ph/0410370.

[69] Edward Witten. An SU(2) anomaly. *Phys. Lett.*, B117:324–328, 1982. doi:10.1016/0370-2693(82)90728-6.

[70] A. Zee. Quantum field theory in a nutshell. Princeton, UK: Princeton Univ. Pr. (2003) 518 p.