

Ejercicios de Métodos Matemáticos I

Curso 2004-2005. Hoja 1

1. En cada uno de los problemas siguientes determinar el orden de la ecuación diferencial dada; especificar si la ecuación es lineal o no lineal.

i) $x^2 y'' + x y' + 2y = \sin x$

ii) $(1 + y^2) y'' + x y' + y = e^x$

iii) $y^{(iv)} + y''' + y'' + y = 1$

iv) $y' + x y^2 = 0$

v) $y'' + \sin(x + y) = \sin x$

vi) $y''' + x y' + (\cos^2 x)y = x^3$

2. En cada uno de los problemas siguientes verificar que la función o funciones que se dan son solución de la ecuación diferencial.

i) $y'' - y = 0$; $y_1(x) = e^x$, $y_2(x) = \cosh x$

ii) $y'' + 2y' - 3y = 0$; $y_1(x) = e^{-3x}$, $y_2(x) = \sinh x + \cosh x$

iii) $x y' - y = x^2$; $y(x) = 3x + x^2$

iv) $2x^2 y'' + 3x y' - y = 0$, $x > 0$; $y_1(x) = x^{1/2}$, $y_2(x) = 1/x$

v) $x^2 y'' + 5x y' + 4y = 0$, $x > 0$; $y_1(x) = x^{-2}$, $y_2(x) = x^{-2} \ln x$

vi) $y'' + y = \sec x$, $0 < x < \pi/2$; $y(x) = \cos x \ln \cos x + x \sin x$

3. En cada uno de los problemas siguientes determinar los valores de r para los que la ecuación diferencial dada tiene soluciones de la forma $y = x^r$, para $x > 0$.

i) $x^2 y'' + 4x y' + 2y = 0$

ii) $x^2 y'' - x y' + y = 0$

iii) $x^2 y'' - 3x y' + 5y = 0$

iv) $x^2 y'' + ax y' + by = 0$

4. En cada uno de los problemas siguientes obtener un esquema del campo direccional de la ecuación diferencial dada y determinar el comportamiento de la solución cuando $x \rightarrow \pm\infty$.

i) $y' = -1 - 2y$

ii) $y' = y + 2$

iii) $y' = -2 + x - y$

iv) $y' = x e^{-2x} - 2y$

v) $y' = e^{-x} + y$

vi) $y' = y(4 - y)$

5. En cada uno de los problemas siguientes determinar las isoclinas y usarlas para trazar el campo direccional.

i) $y' = 3 - 2y$

ii) $y' = (1 - y)(2 - y)$

iii) $y' = -y(1 + y^2)$

iv) $y' = 2x - 3y$

v) $y' = x^2 + y^2$

vi) $y' = 1 - xy$