Problemas de Física Cuántica

Curso 2010-2011. Hoja 1

1. Queremos explorar distancias alrededor de la escala atómica, i.e. $d \sim 1$ Å, usando fotones, neutrones ó electrones. ¿Qué valor debería tener la energía de estas partículas (en eV)?

2. En un experimento de interferencia usando moléculas de fulerenos (C_{60}) - actualmente los mayores objetos con los que se ha logrado interferencia cuántica -, la velocidad media de las moléculas es de 220 m/s. ¿Cuál es su longitud de onda de De Broglie? Comparar con el tamaño de la molécula.

3. Una molécula diatómica como el cloruro sódico está compuesta por dos átomos de masas m_1 y m_2. Los dos núcleos estan situados a una distancia $r_0 = b\, a_B$, donde a_B es el radio de Bohr y b es un coeficiente numérico del orden de la unidad. Supongamos que la molécula rota alrededor de su centro de inercia, a través del cual pasa el eje perpendicular a la línea que une sus núcleos. Demostrar que el momento de inercia es $I = \mu\, r_0^2$, donde μ es la masa reducida del sistema. Si suponemos que el momento angular es $\hbar$, ¿Cuál es la velocidad de rotación y su correspondiente energía? Demostrar que esta energía es proporcional a $(m_e/\mu)R_\infty$, donde $R_\infty = e^2/2a_B$ es la constante de Rydberg.

4. Los fenómenos cuánticos de la gravedad aparacen a energías del órden de la escala de Planck, E_P. Usar argumentos dimensionales para construir E_P como función de las constantes fundamentales (G, $\hbar$, c) y calcular su valor. ¿Cuál es la longitud de onda correspondiente (longitud de Planck) l_P?

5. Un haz de radiación electromagnética de intensidad $I = 0.3$ Wm^{-2} y longitud de onda $\lambda = 4650$ Å incide sobre una placa de cesio con función de trabajo $\phi_0 = 1.93$ eV y superficie 1 cm^2. La corriente liberada es de 0.2 μA. Calcular la eficiencia del proceso fotoeléctrico y el potencial de frenado mínimo para que no circule corriente.

6. En un experimento de efecto fotoeléctrico con luz monocromática y fotocátodo de sodio se encuentra un potencial de frenado de 1.85 eV para $\lambda = 3000$ Å, y 0.82 eV para $\lambda = 4000$ Å. Determinar: a) La constante de Planck. b) La función de trabajo en eV. c) La longitud de onda umbral para el sodio.

7. En una colisión Compton se encuentra que el fotón se desvía un ángulo de 90^o y que el momento del electrón, inicialmente en reposo, es de 100 MeV/c. Encontrar la longitud de onda de la radiación incidente.

8. En una colisión Compton se sabe que el fotón dispersado tiene una longitud de onda $\lambda_1 = 10^{-2}$ Å, y que el electrón de retroceso posee una energía de 1.34 MeV. Determinar el ángulo de dispersión del fotón saliente suponiendo que el electrón está inicialmente en reposo.

9. Un fotón de longitud de onda λ_0 sufre una colisión Compton, siendo dispersado hacia atrás en sentido contrario al incidente. A continuación incide sobre un fotocátodo de sodio, en el que tiene lugar un efecto fotoeléctrico, siendo emitido un fotoelectrón con velocidad despreciable (umbral del efecto fotoeléctrico). Sabiendo que la función de trabajo del sodio es $\phi_0 = 2.1$ eV, hallar λ_0.

10. Un haz de neutrones de energía cinética igual a 1 eV incide sobre una red cristalina de período 1.9 Å. Determinar el número de órdenes interferenciales correspondientes a las reflexiones de tipo Bragg que se pueden observar.

11. Un haz de neutrones térmicos de energía cinética 2 eV incide sobre un cristal con espaciado de red $d = 1.60$ Å. ¿A qué ángulo aparece el primer máximo de difracción?

12. Un electrón y un fotón tienen ambos una longitud de onda asociada de $\lambda = 2$ Å. Calcular
    a) sus momentos y sus energías totales;
    b) sus energías cinéticas.

13. De un acelerador de partículas se obtienen electrones con una energía de 50 GeV. Determinar su longitud de onda asociada.

14. Una bola de 40 g se mueve con una velocidad de 1000 m/s.
    a) Calcular su longitud de onda asociada.
    b) ¿Por qué no aparece su naturaleza ondulatoria a través de efectos de difracción?

15. Partiendo de la relación de incertidumbre entre momento y posición de una partícula, estímese la dimensión y la energía mínima del átomo de hidrógeno. [Ayuda: el potencial eléctrico viene dado por $V_{\text{elec}} = -e^2/4\pi\epsilon_0 r$, donde r es la distancia electrón-protón, e es la carga del electrón y ϵ_0 la permitividad del vacío.]

16. Un haz de neutrones con velocidad constante y energía cinética E incide sobre una cadena lineal de núcleos atómicos dispuestos de forma regular. Sea l la distancia entre dos núcleos consecutivos de tamaño $d \ll l$. Se coloca un detector de neutrones en una dirección que forma un ángulo θ con la de incidencia del haz.
    a) Describir cualitativamente el fenómeno observado en el detector cuando la energía E de los neutrones varía.
    b) El número de neutrones, como función de E, presenta un pico cuando $E = E_1$. Si se sabe que no existen resonancias para $E < E_1$ probar que puede calcularse l. Hacerlo para $\theta = 30^o$ y para $E_1 = 1.3 \times 10^{-20}$ J.
    c) ¿Alrededor de qué valor de E debemos empezar a tener en cuenta el tamaño finito de los núcleos?

    [Ayuda: 1 eV $= 1.6022 \times 10^{-19}$ J. La masa del neutrón es $m_n = 1.67 \times 10^{-27}$ kg.]

17. Un par e^+e^- se produce de modo que el positrón se queda en reposo y el electrón adquiere una energía cinética de 1 MeV, moviéndose en la dirección de vuelo del fotón incidente.
    a) Despreciando la energía transferida al núcleo del átomo cercano, encontrar la energía del fotón incidente.
    b) ¿Que porcentaje del momento del fotón se transfiere al núcleo?

18. En una cámara de Wilson la trayectoria de una partícula es una cadena de gotitas de dimensiones lineales de aproximadamente 1 μm. ¿Pueden observarse desviaciones del momento clásico para un electrón de energía cinética 1 keV?

19. Un electrón se halla confinado en un pozo cuadrado unidimensional de anchura L y paredes totalmente impenetrables. Estimar, mediante argumentos basados en el principio de incertidumbre, la energía cinética mínima del electrón en función de L. Especificar los resultados para los casos $L = 1$ Å, y $L = 1$ fm.

20. Sobre un detector incide de uno en uno un haz de fotones de longitud de onda $\lambda = 3000$ Å. ¿Cuántos fotones por segundo puede uno contar sin perturbar la energía de cada fotón más de una parte por millón? [Ayuda: usar la relación de incertidumbre energía-tiempo.]