

Examen de Física Cuántica

Curso 2000-2001. Primer Parcial, 31 Enero 2001

1. ¿Qué es el principio de indeterminación de Heisenberg? Discutirlo en general y poner varios ejemplos de su realización.
 - a) Encontrar la relación general entre el principio de indeterminación para dos observables cualesquiera, A y B , y su conmutador.
 - b) Sea un sistema y dos observables A y B . Suponiendo que ΔA sea finito, discutir la diferencia que existe entre el valor que toman ΔA y ΔB para el estado $|\psi\rangle$ del sistema antes y después de una medida del observable A si:
 - i) $[A, B] = 0$ y el sistema se encontraba antes de la medida en un autoestado de A .
 - ii) El sistema no se encontraba antes de la medida en un autoestado de A y $[A, B] = 0$.
 - iii) El sistema no se encontraba antes de la medida en un autoestado de A y $|\langle\psi|[A, B]|\psi\rangle|$ es finito y distinto de cero antes y después de la medida.
 - c) Calcular $\Delta X \cdot \Delta P$ para una partícula en el estado fundamental de un pozo cuadrado infinito de anchura a . ¿Satisface el principio de indeterminación? Determinar también qué valor toma ΔE para ese estado y discutir su relación con ΔP .

[Ayuda: $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dx x^2 \cos 2x = -\pi/2$]

2. Calcular los niveles de Landau de una partícula de masa m y carga e moviéndose en un campo magnético uniforme según la dirección del eje z .

a) Demostrar que para un potencial vector $\vec{A} = (-By, 0, 0)$ y $\phi = 0$ obtenemos el campo magnético uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$ y $\vec{E} = 0$. Escribir la ecuación de Schrödinger correspondiente a dicha partícula.

b) Usando la separación de variables

$$\psi(x, y, z) = \exp(i\alpha x + i\beta z) \varphi(y)$$

y la posterior redefinición de coordenadas

$$y' = y + \frac{\hbar\alpha c}{eB}$$

demostrar que se obtiene la ecuación de Schrödinger para un oscilador armónico de frecuencia

$$\omega_0 = \frac{eB}{mc}.$$

c) ¿Cuánto valen los autovalores de la energía de dicha partícula? ¿Tenemos un espectro discreto en las direcciones transversales al campo magnético? ¿Y a lo largo del eje z ? Comentar sobre la degeneración de la energía.

Ayuda: El Hamiltoniano de una partícula cargada en un campo electromagnético viene dado por

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{x}) \right)^2 + e\phi(\vec{x})$$

donde $\vec{A}(\vec{x})$ y $\phi(\vec{x})$ son el potencial vector y escalar, a partir de los cuales se pueden obtener los campos eléctrico y magnético

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$